คณิตศาสตร์ O-NET 1

ตอนที่ 1 ข้อสอบอัตนัย 10 ข้อ ข้อ 1-5 ข้อละ 2 คะแนน ข้อ 6-10 ข้อละ 3 คะแนน

1. ให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $C = \{a, b, d, e\}$ จะสามารถสร้างเซต B ได้ทั้งหมดกี่เซต โดยมีเงื่อนไขว่า $B \subset C$ และ $A \cap B$ มีสมาชิกสองตัว

เฉลย 4

กำหนดให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $C = \{a, b, d, e\}$

เงื่อนไข $B \subset C$ และ $A \cap B$ มีสมาชิกสองตัว บังคับให้ a และ b ต้องเป็นสมาชิกของ B

สำหรับ d และ e ที่เป็นสมาชิกของ C อาจอยู่หรือไม่อยู่ใน B ก็ได้ซึ่งมี $2 \times 2 = 4$ วิธี ดังนั้น มีเซต B ที่สอดคล้อง กับเงื่อนไขที่กำหนดให้ **4** เซต

2. ให้ S_n แทนผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรม $\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$ แล้ว S_{99} มีค่าเท่ากับเท่าใด

เฉลย 0.99

สังเกตว่า
$$\frac{1}{1\times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2\times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$
$$\frac{1}{3\times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

และกรณีทั่วไป
$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

ดังนั้น
$$\begin{aligned} S_{99} &= \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \ldots + \frac{1}{99\times 100} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} = \mathbf{0.99} \end{aligned}$$

3. กำหนดลำดับเลขคณิตที่มีพจน์ที่ 1 เท่ากับ 1 ผลบวกของพจน์ที่ 6 ถึงพจน์ที่ 10 มีค่าเป็น 4 เท่าของผลบวกของ 5 พจน์แรก ถ้า S_{20} แทนผลบวกของ 20 พจน์แรกของลำดับนี้ แล้ว $|S_{20}|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

เฉลย 550

ให้ a_n, d และ S_n แทนพจน์ที่ n ผลต่างร่วม และ ผลบวกของ n พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ตามลำดับ

ดังนั้น เรามี $a_1 = 1$ และ $4S_5 = S_{10} - S_5$ หรือ $5S_5 = S_{10}$

จากสูตร $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

จะได้ $S_5 = \frac{5}{2}(2\cdot 1 + 4\cdot d) = \frac{5}{2}(2+4d)$ และ $S_{10} = \frac{10}{2}(2\cdot 1 + 9\cdot d) = 5(2+9d)$

แทนค่าในสมการ $5S_5 = S_{10}$ จะได้

$$5\cdot\frac{5}{2}(2+4d) = 5(2+9d)$$

$$50 + 100d = 20 + 90d$$

$$d = -3$$

ดังนั้น $S_{20} = \frac{20}{2}(2\cdot 1 + 19\cdot(-3)) = -550$ และจะได้ $|S_{20}| = \mathbf{550}$

4. ถ้า $\sum_{k=1}^{n} g(k) = \frac{n}{3n-2}$ แล้ว $\left|\frac{1}{g(10)}\right|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

เฉลย 350

จาก $\sum_{k=1}^{n} g(k) = \frac{n}{3n-2}$

จะได้ $g(10) = \sum_{k=1}^{10} g(k) - \sum_{k=1}^{9} g(k) = \frac{10}{3(10)-2} - \frac{9}{3(9)-2} = -\frac{1}{350}$

ดังนั้น $\left|\frac{1}{g(10)}\right| = |-350| = \mathbf{350}$

5. ให้ D แทนโดเมนของฟังก์ชัน $f(x) = \sqrt{\sqrt{x-2} - 2}$ จำนวนที่น้อยที่สุดใน D คือจำนวนใด

เฉลย 6

f(x) หาค่าได้ ถ้า

$\sqrt{x-2} - 2 \geq 0$ และ $x - 2 \geq 0$

$\sqrt{x-2} \geq 2$ และ $x \geq 2$

$x \geq 6$ และ $x \geq 2$

$x \geq 6$

ดังนั้นโดเมนของ f คือ $D = [6, \infty)$ และจำนวนที่น้อยที่สุดใน D คือ **6**

6. กำหนดให้ sin(A + B) = sin A cos B + sin B cos A สำหรับทุกค่าของ A และ B แล้ว

$\dfrac{\cos^3 15^\circ + \sin^3 15^\circ}{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

เฉลย 0.75

$$\frac{\cos^3 15^\circ + \sin^3 15^\circ}{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ} = \frac{(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)(\cos^2 15^\circ - \sin 15^\circ \cos 15^\circ + \sin^2 15^\circ)}{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}$$

$$= 1 - \sin 15^\circ \cos 15^\circ$$

จาก $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$

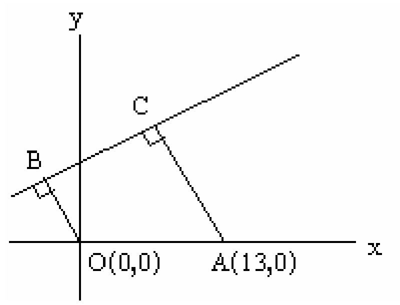
จะได้ $\sin(15^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ \cos 15^\circ + \cos 15^\circ \sin 15^\circ$

หรือ $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{2}\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

ดังนั้น $\dfrac{\cos^3 15^\circ + \sin^3 15^\circ}{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ} = 1 - \sin 15^\circ \cos 15^\circ = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = \mathbf{0.75}$

7. ให้ OB และ AC เป็นส่วนของเส้นตรงจากจุด O(0,0) และ A(13,0) ไปตั้งฉากกับเส้นตรง $5x - 12y + 65 = 0$ ที่จุด B และ C ตามลำดับ พื้นที่ของสี่เหลี่ยม OACB เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

เฉลย 90



ขั้นที่ 1 หาความยาวของด้านคู่ขนาน

OB = ระยะทางระหว่างจุด O กับเส้นตรง $5x - 12y + 65 = 0$

$$= \frac{|5(0) - 12(0) + 65|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 5$$

AC = ระยะทางระหว่างจุด A กับเส้นตรง $5x - 12y + 65 = 0$

$$= \frac{|5(13) - 12(0) + 65|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 10$$

ขั้นที่ 2 หาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน

หาสมการของเส้นตรง AC ก่อน

เส้นตรง $5x - 12y + 65 = 0$ มีความชัน $m = \frac{5}{12}$

เส้นตรง AC มีความชัน $m = -\frac{12}{5}$ เพราะตั้งฉากกับเส้นตรง $5x - 12y + 65 = 0$

เส้นตรง AC ผ่านจุด A(13,0) และมีสมการเป็น

$y = -\frac{12}{5}(x - 13)$ หรือ $12x + 5y - 156 = 0$

หาระยะห่าง d ระหว่างเส้นคู่ขนาน OB และ AC ซึ่งเท่ากับ ระยะทางระหว่างจุด O กับเส้นตรง AC

$$d = \frac{|12(0) + 5(0) - 156|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 12$$

ขั้นที่ 3 หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู OACB

พื้นที่ของ OACB $= \frac{1}{2} \cdot (5 + 10) \cdot 12 = \mathbf{90}$

8. ถ้า $S = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + 4x + y^2 = 9\}$ แล้วจุด (x, y) ใน S ซึ่ง x และ y เป็นจำนวนเต็ม มีทั้งหมดกี่จุด

เฉลย 8

จาก $x^2 + 4x + y^2 = 9$

เขียนข้างซ้ายของสมการในรูปผลบวกของกำลังสองสมบูรณ์ จะได้

$$(x^2 + 4x + 4) + y^2 = 13$$

$$(x + 2)^2 + y^2 = 13$$

ถ้า x และ y เป็นจำนวนเต็มแล้ว $(x + 2)^2$ และ y^2 เป็นกำลังสองสมบูรณ์และไม่เป็นจำนวนลบ กำลังสองสมบูรณ์ 2 จำนวนที่มีผลบวกเป็น 13 มีเพียงคู่เดียวคือ 4 และ 9 ดังนั้นเราจะได้

$(x + 2)^2 = 4$ และ $y^2 = 9$ หรือ $(x + 2)^2 = 9$ และ $y^2 = 4$

จุด (x, y) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวนี้มี **8** จุด ได้แก่ (-5,2) , (-5, -2), (1, 2), (1, -2), (-4, 3), (-4, -3), (0, 3) และ (0, -3)

9. ให้ $f(x) = 4x - 1$ และ $f(g(x)) = x$ สำหรับทุกค่าของ x กราฟของ g มีระยะตัดแกน y เท่ากับเท่าใด

เฉลย 0.25

ขั้นแรก เราหา g(x) จากเงื่อนไข $f(g(x)) = x$ ได้ดังนี้

$$f(g(x)) = x$$

$$4g(x) - 1 = x$$

$$g(x) = \frac{x + 1}{4}$$

กราฟของ g มีระยะตัดแกน y เท่ากับ $g(0) = \frac{1}{4} = \mathbf{0.25}$

10. ให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ $2x^2 - 3\sqrt{2x^2 - 7x + 7} = 7x - 3$ แล้วผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ S มีค่าเท่ากับเท่าใด

เฉลย 3.5

$$2x^2 - 3\sqrt{2x^2 - 7x + 7} = 7x - 3$$

$$(2x^2 - 7x) - 3\sqrt{2x^2 - 7x + 7} = -3 \qquad \ldots(1)$$

ให้ $y = \sqrt{2x^2 - 7x + 7}$ จะได้ $2x^2 - 7x + 7 = y^2$ และ $2x^2 - 7x = y^2 - 7$ แทนค่าใน (1) ได้

$$y^2 - 7 - 3y = -3$$

$$y^2 - 3y - 4 = 0$$

$$(y-4)(y+1) = 0$$

$y = 4$ หรือ -1

เราไม่ใช้ $y = -1$ เพราะว่า y เป็นจำนวนบวก

ดังนั้น $\sqrt{2x^2 - 7x + 7} = 4$

$$2x^2 - 7x + 7 = 16$$

$$2x^2 - 7x - 9 = 0$$

$$(2x - 9)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{9}{2}, -1$$

และจะได้ $S = \{\frac{9}{2}, -1\}$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ S เท่ากับ $\frac{9}{2} + (-1) = 3.5$

ตอนที่ 2 ข้อสอบปรนัย 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

11. อายุเฉลี่ยของเด็กกลุ่มหนึ่งจะเพิ่มขึ้น 1 ปีถ้าเด็กที่มีอายุ 9ปีจำนวน 5 คนออกจากกลุ่มหรือถ้ามีเด็กอายุ 17 ปีจำนวน 5 คนเข้ามาในกลุ่มอย่างใดอย่างหนึ่ง เดิมเด็กกลุ่มนี้มีจำนวนทั้งหมดกี่คน

1. 20 คน 2. 22 คน 3. 24 คน 4. 26 คน

เฉลย 1

ให้ n แทนจำนวนเด็กในกลุ่มและ t แทนอายุรวมของเด็กทั้ง n คนเมื่อตอนเริ่มต้น การให้เด็กอายุ 9 ปีจำนวน 5 คน(อายุรวม 45 ปี)ออกจากกลุ่มทำให้อายุเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 1 ปี หมายความว่า

$$\frac{t-45}{n-5} = \frac{t}{n} + 1 = \frac{t+n}{n}$$

และการให้เด็กอายุ 17 ปีจำนวน 5 คน(อายุรวม 85 ปี)เข้ามาในกลุ่มทำให้อายุเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 1 ปี หมายความว่า

$$\frac{t+85}{n+5} = \frac{t}{n} + 1 = \frac{t+n}{n}$$

คูณไขว้สมการทั้งสองจะได้

$$nt - 45n = nt + n^2 - 5t - 5n$$

และ $nt + 85n = nt + n^2 + 5t + 5n$

สมการคู่นี้ทำให้อยู่ในรูปที่ง่ายลงได้เป็น

$$n^2 + 40n = 5t$$

$$n^2 - 80n = -5t$$

บวกกันจะได้ $2n^2 - 40n = 0$ หรือ $n(n-20) = 0$ คำตอบที่มีความหมายคือ $n = \mathbf{20}$

12. กำหนดให้ $A = \{a, b, c, d\}$ และ $B = \{p, q, r\}$ ฟังก์ชันจาก A ไป B ที่มี A เป็นโดเมนและ B เป็นเรนจ์ มีทั้งหมดกี่ฟังก์ชัน

1. 24 2. 72 3. 81 4. 96

เฉลย 2

สำหรับฟังก์ชันจาก A ไป B ที่มี A เป็นโดเมนและ B เป็นเรนจ์ สมาชิกของ B ต้องมีคู่อยู่ใน A วิธีสร้างฟังก์ชันแบบนี้ กระทำได้โดยเลือกสมาชิก 3 ตัวของ A ให้คู่กับสมาชิก 3 ตัวของ B แบบหนึ่งต่อหนึ่ง แล้วจึงให้สมาชิกอีกตัวหนึ่งที่เหลือของ A เลือกจับคู่กับสมาชิกของ B ตัวใดก็ได้ มีวิธีเรียงสับเปลี่ยนสมาชิก 3 ตัวของ A ให้คู่กับสมาชิกของ B ได้ $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ วิธี สมาชิกที่เหลืออีก 1 ตัวของ A จับคู่กับสมาชิกตัวใดของ B ก็ได้ซึ่งมี 3 วิธี ดังนั้น มีฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ทั้งหมด $24 \cdot 3 = \mathbf{72}$ ฟังก์ชัน

13. ในการสำรวจนักเรียนที่ได้ฝึกหัดว่ายน้ำเป็นเวลา 3 เดือนมาแล้วจำนวน 40 คนพบว่าว่ายน้ำท่ากบได้ 20 คน ว่ายน้ำท่าผีเสื้อได้ 19 คน และว่ายไม่ได้ไม่ว่าจะเป็นท่ากบหรือท่าผีเสื้อ 7 คน มีนักเรียนทั้งหมดกี่คนที่สามารถว่ายน้ำได้ทั้งท่ากบและท่าผีเสื้อ

1. 4 คน 2. 6 คน 3. 8 คน 4. 10 คน

เฉลย 2

ให้ A แทนเซตของนักเรียนที่ว่ายน้ำท่ากบได้

B แทนเซตของนักเรียนที่ว่ายน้ำท่าผีเสื้อได้

จะได้ $A \cap B$ แทนเซตของนักเรียนที่ว่ายน้ำได้ทั้งท่ากบและท่าผีเสื้อ

และ $A' \cap B'$ แทนเซตของนักเรียนที่ว่ายน้ำท่ากบและท่าผีเสื้อไม่ได้

โจทย์กำหนดให้ $n(A) = 20,\ n(B) = 19,$ และ $n(A' \cap B') = 7$

จะต้องหา $n(A \cap B)$ ซึ่งมีวิธีการดังนี้

ขั้นแรก หา $n(A \cup B)$

เนื่องจาก นักเรียนที่สำรวจมีทั้งหมด 40 คน ดังนั้น

$$n(A \cup B) + n((A \cup B)') = 40$$

แต่ $n((A \cup B)') = n(A' \cap B') = 7$

ดังนั้น $n(A \cup B) = 40 - 7 = 33$

ขั้นต่อไป หา $n(A \cap B)$ จากความสัมพันธ์

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

จะได้ $\quad 33 = 20 + 19 - n(A \cap B)$

และ $\quad n(A \cap B) = 6$

ดังนั้น มีนักเรียนที่ว่ายน้ำได้ทั้งท่ากบและท่าผีเสื้อ 6 คน

14. $\sqrt{7+\sqrt{13}} - \sqrt{7-\sqrt{13}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\dfrac{\sqrt{13}}{3}$ 2. $\dfrac{3}{2}$ 3. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ 4. $\sqrt{2}$

เฉลย 4

วิธีที่ 1 ให้ $\sqrt{7+\sqrt{13}} = x$, $\sqrt{7-\sqrt{13}} = y$ จะได้ $xy = \sqrt{49-13} = 6$ ดังนั้น

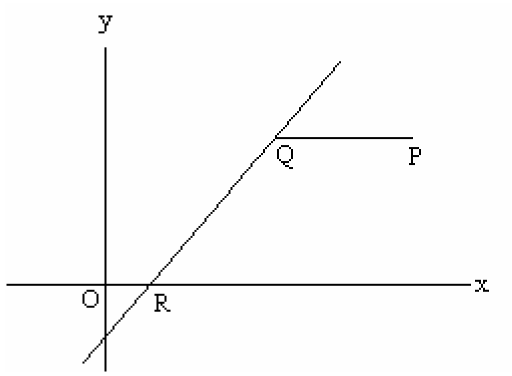
$$(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 7 + \sqrt{13} + 7 - \sqrt{13} - 12 = 2$$

และจะได้ $\quad x - y = \sqrt{2}$

วิธีที่ 2 สังเกตว่า

$$\begin{aligned}\sqrt{7+\sqrt{13}} - \sqrt{7-\sqrt{13}} &= \sqrt{\frac{(\sqrt{13}+1)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{13}-1)^2}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{13}+1-\sqrt{13}+1\right) \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

15. จากรูป สมการของเส้นตรง RQ คือ $y = 2x - 1$ ถ้า QP ขนานกับแกน x และพิกัดของจุด P คือ (8, 4) แล้ว ระยะทางระหว่าง P และ Q เท่ากับเท่าใด



1. 4 2. 4.5 3. 5 4. 5.5

เฉลย 4

QP ตัดกับเส้นตรง $y = 2x - 1$ ที่จุด Q ซึ่งพิกัด y คือ $y = 4$ และพิกัด x คือ $x = 2.5$ หาได้จากการแก้สมการ $4 = 2x - 1$ ดังนั้น ระยะทางระหว่าง P และ Q เท่ากับ $|8 - 2.5|$ = **5.5**

16. สำหรับจุด (x, y) ใดๆ บนเส้นตรง $4y + 3x = 12$ ค่าต่ำสุดของ $x^2 + y^2$ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{144}{25}$ 2. 9 3. 16 4. $\frac{81}{25}$

เฉลย 1.

สำหรับจุด (x, y) ที่อยู่บนเส้นตรง $4y + 3x = 12$ สังเกตว่า $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ คือ ระยะทางระหว่างจุด (x, y) กับจุดกำเนิด และดังนั้น $d^2 = x^2 + y^2$ มีค่าต่ำสุด เมื่อ d เท่ากับระยะตั้งฉากจากจุดกำเนิดถึงเส้นตรง $4y + 3x = 12$

$$d = \frac{|4(0) + 3(0) - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{12}{5}$$

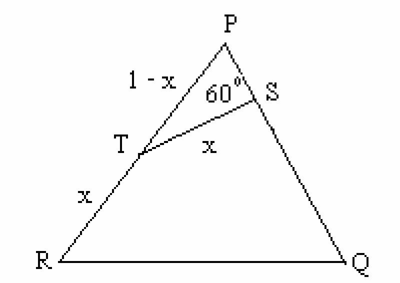
และจะได้ $$d^2 = \frac{144}{25}$$

ดังนั้น สำหรับ (x, y) ที่อยู่บนเส้นตรง $4y + 3x = 12$ ค่าต่ำสุดของ $x^2 + y^2$ เท่ากับ $\mathbf{\frac{144}{25}}$

17. จุด S และ T อยู่บนด้าน PQ และ PR ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า PQR ตามลำดับโดยที่ ST = TR และ ST ตั้งฉากกับ PQ ถ้า QR = 1 แล้ว ST ยาวเท่าใด

1. $\frac{1}{2}$ 2. $2 - \sqrt{3}$ 3. $2\sqrt{3} - 3$ 4. $2(2 - \sqrt{3})$

เฉลย 3



ให้ ST = TR = x จะได้ PT = 1 – x และเนื่องจาก $T\hat{P}S = 60^\circ$ จาก ΔPST จะได้ว่า

$$\frac{x}{1-x} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$2x = \sqrt{3} - \sqrt{3}x,$$

$$x(2 + \sqrt{3}) = \sqrt{3},$$

ดังนั้น $x = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \mathbf{2\sqrt{3}-3}$

18. กล่องใบหนึ่งบรรจุเหรียญบาท 4 อันเป็นเหรียญปกติ 3 อันและเป็นเหรียญที่มีหัวสองด้าน 1 อัน ชลชาหยิบเหรียญจากกล่องโดยสุ่ม 1 อันแล้วโยนเหรียญอันนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะหงายด้านหัวเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{3}{8}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{4}{7}$ 4. $\frac{5}{8}$

เฉลย 4.

วิธีที่ 1

มีผลลัพธ์ 8 ผลลัพธ์ซึ่งแต่ละผลลัพธ์มีความเป็นไปได้เท่ากัน ได้แก่

1 หยิบได้เหรียญปกติอันที่หนึ่ง เหรียญหงายด้านหัว

2 หยิบได้เหรียญปกติอันที่หนึ่ง เหรียญหงายด้านก้อย

3 หยิบได้เหรียญปกติอันที่สอง เหรียญหงายด้านหัว

4 หยิบได้เหรียญปกติอันที่สอง เหรียญหงายด้านก้อย

5 หยิบได้เหรียญปกติอันที่สาม เหรียญหงายด้านหัว

6 หยิบได้เหรียญปกติอันที่สาม เหรียญหงายด้านก้อย

7 หยิบได้เหรียญที่มีหัวสองด้าน เหรียญหงายด้านหัว(ด้านที่ 1)

8 หยิบได้เหรียญที่มีหัวสองด้าน เหรียญหงายด้านหัว(ด้านที่ 2)

จะเห็นได้ว่าในผลลัพธ์ทั้ง 8 ที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน มี 5 ผลลัพธ์ที่เหรียญหงายด้านหัว ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะหงายด้านหัวเท่ากับ $\mathbf{\frac{5}{8}}$

วิธีที่ 2

มีโอกาส $\frac{3}{4}$ ที่นภัสจะหยิบได้เหรียญปกติและในกรณีนี้มีโอกาสที่เหรียญจะหงายด้านหัว $\frac{1}{2}$ และมีโอกาส $\frac{1}{4}$ ที่จะหยิบได้เหรียญที่มีหัวสองด้านและในกรณีนี้ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะหงายด้านหัวเท่ากับ 1 ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ต้องการหาคือ

$$\left(\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{4}\right)\times(1)=\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=\mathbf{\frac{5}{8}}$$

19. กราฟของ $f(x) = 3x^2 - kx + 2$ มีเส้นตรง $x = \frac{1}{2}$ เป็นแกนสมมาตร ค่าต่ำสุดของ f(x) เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{2}$ 2. $5\frac{1}{2}$ 3. $-\frac{1}{4}$ 4. $\frac{5}{4}$

เฉลย 4.

สมการของแกนสมมาตรคือ

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-k)}{2(3)} = \frac{1}{2}$$

จะได้ว่า $k = 3$

และ $f(x) = 3x^2 - 3x + 2$

ค่าต่ำสุดของ f(x) เกิดขึ้น เมื่อ $x = \frac{1}{2}$

ค่าต่ำสุดของ f(x) $= 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(3 \times \frac{1}{2}\right) + 2 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 2 = 2 - \frac{3}{4} = \mathbf{\frac{5}{4}}$

20. ข้อใดต่อไปนี้คือผลบวกของคำตอบที่แตกต่างกันของสมการ

$$x^2 + 3x + 2 = |x + 1|$$

1. -4 2. 4 3. 0 4. -1

เฉลย 1.

แยกพิจารณาเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1 เมื่อ $x + 1 \geq 0$ หรือ $x \geq -1$

$$|x+1| = x + 1$$

และจะได้ $x^2 + 3x + 2 = x + 1$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

และจะได้ $x = -1$

กรณีที่ 2 เมื่อ $x + 1 < 0$ หรือ $x < -1$

$$|x+1| = -x - 1$$

และ $x^2 + 3x + 2 = -x - 1$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$(x+3)(x+1) = 0$$

และจะได้ $x = -3$ (สังเกตว่า $x < -1$)

ดังนั้น คำตอบที่ต่างกันคือ $-3, -1$ และมีผลบวกเท่ากับ **-4**

21. ถ้า $f(x) = 10x$ และ $f(g(x)) = -5x$ แล้ว $g(f(-1))$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. -5 2. 2 3. 5 4. 10

เฉลย 3.

จาก $f(x) = 10x$ และ $f(g(x)) = -5x$ จะได้

$$f(g(x)) = 10g(x) = -5x$$

ดังนั้น $g(x) = -\frac{x}{2}$

และจะได้ $g(f(-1)) = -\frac{f(-1)}{2} = -\frac{10(-1)}{2} = \mathbf{5}$

22. ศูนย์บริการดูแลเด็กแห่งหนึ่งนำข้อมูลเกี่ยวกับน้ำหนักและส่วนสูงของเด็กในความดูแล 32 คน มาวิเคราะห์ พบว่ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและความแปรปรวนดังนี้

	น้ำหนัก(กิโลกรัม)	ส่วนสูง(เซ็นติเมตร)
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	40	150
ความแปรปรวน	25	64

ข้อใดต่อไปนี้เป็นการเปรียบเทียบที่ถูกต้องสำหรับความแตต่างกันของน้ำหนักและส่วนสูง

1. น้ำหนักของเด็กๆมีความผันแปรน้อยกว่าส่วนสูง
2. น้ำหนักของเด็กๆมีความผันแปรมากกว่าส่วนสูง
3. น้ำหนักของเด็กๆมีความผันแปรเท่าๆกันกับส่วนสูง
4. เปรียบเทียบความผันแปรระหว่างข้อมูลที่มีหน่วยการวัดที่ต่างกันไม่ได้

เฉลย 2.

ปัญหาข้อนี้เป็นเรื่องของการเปรียบเทียบการกระจายหรือความผันแปรของค่าของตัวแปร "น้ำหนัก" กับตัวแปร "ส่วนสูง" เนื่องจากค่ากลาง(ในที่นี้คือค่าเฉลี่ยเลขคณิต)ของตัวแปรทั้งสองแตกต่างกันมาก (40 กับ 150) การเปรียบเทียบความผันแปรต้องใช้มาตรวัดการกระจายสัมพัทธ์ ในที่นี้ควรใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน เพราะเราทราบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

$$\text{CV (น้ำหนัก)} = \frac{\sqrt{25}}{40} \times 100\%$$

$$= \frac{5}{40} \times 100\% = 12.5\%$$

$$\text{CV (ส่วนสูง)} = \frac{\sqrt{64}}{150} \times 100\%$$

$$= \frac{8}{150} \times 100\% \approx 5.3\%$$

เนื่องจาก CV (น้ำหนัก) > CV (ส่วนสูง) ดังนั้น น้ำหนักของเด็กๆมีความผันแปรมากกว่าส่วนสูง

23. ในการแข่งขันต่อจิ๊กซอว์คัดตัวนักกีฬาเข้าค่ายฝึกซ้อมก่อนที่จะคัดเลือกให้เหลือ 3 คนเป็นตัวแทนของประเทศไทย มีผู้สมัครทั้งหมด 698 คน ให้ทุกคนต่อจิ๊กซอว์ที่ออกแบบพิเศษ

สำหรับแข่งขัน ปรากฏว่าความเร็วเฉลี่ยเท่ากับ 12.4 นาที และสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 15% คณะกรรมการการแข่งขันตัดสินให้ผู้สมัครที่ทำเวลาได้ดีกว่าหรือเท่ากับค่ามาตรฐาน -1.5 ผ่านการคัดเลือก ผู้สมัครที่ผ่านการคัดเลือกต้องต่อจิ๊กซอว์เสร็จโดยใช้เวลาไม่เกินกี่นาที

1. 8.68 นาที 2. 9.61 นาที 3. 10.54 นาที 4. 15.19 นาที

เฉลย 2.

ขั้นแรกหา ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

จาก $\bar{x} = 12.4$ และ $CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\% = 15\%$

จะได้ $s = 15\% \times 12.4 = 0.15 \times 12.4 = 1.86$

ให้ x แทนเวลาที่ใช้ต่อจิ๊กซอว์จนเสร็จซึ่งคิดเป็นค่ามาตรฐานได้ -1.5 นั่นคือ

$$\frac{x - 12.4}{1.86} = -1.5$$

$$x = 12.4 - 1.5(1.86) = 9.61$$

ดังนั้น ผู้สมัครที่ผ่านการคัดเลือกต้องต่อจิ๊กซอว์เสร็จโดยใช้เวลาไม่เกิน **9.61** นาที

24. ข้อใดต่อไปนี้**ถูก**

1. สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากตารางแจกแจงความถี่ได้เสมอ
2. สามารถหามัธยฐานจากข้อมูลลูกค้าจำแนกตามอาชีพ
3. มัธยฐานคือค่ากลางที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลเชิงปริมาณที่มีค่าบางค่ามากหรือน้อยผิดปกติ
5. สามารถหาฐานนิยมได้จากเส้นโค้งความถี่สะสม

เฉลย 3.

ข้อ 1. ผิด เพราะว่า ไม่สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากตารางแจกแจงความถี่ที่มีอันตรภาคชั้นเปิด เช่น “มากกว่า 66” เพราะไม่สามารถหาจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นเปิดซึ่งจำเป็นสำหรับการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ข้อ 2. ผิด เพราะว่าข้อมูลที่หามัธยฐานได้ต้องสามารถเรียงอันดับได้ ในที่นี้ “อาชีพ” เรียงอันดับไม่ได้

ข้อ 3. ถูก ค่ามากหรือน้อยผิดปกติของข้อมูลมีผลกระทบต่อค่าเฉลี่ยเลขคณิตมากแต่ไม่มีผลกระทบต่อมัธยฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตจึงไม่เหมาะสมที่จะใช้เป็นค่ากลางของข้อมูล มัธยฐานเหมาะสมกว่า

ข้อ 4. ผิด ฐานนิยมของข้อมูลเชิงปริมาณหาจากเส้นโค้งความถี่ได้ แต่หาจากเส้นโค้งความถี่สะสมไม่ได้ ค่ากลางที่หาจากเส้นโค้งความถี่สะสมได้คือมัธยฐาน

25. เลือกจำนวนๆหนึ่งจากเซต $\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$ โดยสุ่มเพื่อใช้แทน a ในสมการ $ax^2 + 5x - 2 = 0$ ความน่าจะเป็นที่สมการจะไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{3}{10}$ 2. $\frac{4}{10}$ 3. $\frac{5}{10}$ 4. 0

เฉลย 4.

สมการ $ax^2 + 5x - 2 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง ถ้า

$$5^2 - 4a(-2) \geq 0$$

$$25 + 8a \geq 0$$

$$a \geq -\frac{25}{8}$$

แต่ละจำนวนในเซต $\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$ มีค่ามากกว่า $-\frac{25}{8}$ เมื่อใช้แทน a ในสมการที่กำหนดให้ จะได้สมการที่มีคำตอบเป็นจำนวนจริงเสมอ ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้จำนวนซึ่งเมื่อแทน a ในสมการแล้วได้สมการที่ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง เท่ากับ 0

26. หลอดไฟฟ้า 3 ยี่ห้อมีอายุการใช้งานเฉลี่ยและความแปรปรวนดังนี้

ยี่ห้อ	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (ชั่วโมง)	ความแปรปรวน [(ชั่วโมง)^2]
A	9999	4000
B	10000	6400
C	9998	2500

ถ้าคุณภาพการส่องสว่างของหลอดไฟฟ้าทั้ง 3 ยี่ห้อได้มาตรฐานเท่าเทียมกัน แล้วหลอดไฟฟ้ายี่ห้อใดต่อไปนี้ดีที่สุด

1. A 2. B 3. C 4. ทั้ง 3 ยี่ห้อดีเท่าๆกัน

เฉลย 3.

สังเกตว่าอายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าแต่ละยี่ห้อแทบจะไม่แตกต่างกัน แต่ความแปรปรวนของอายุการใช้งานของยี่ห้อ C ต่ำกว่าอีก 2 ยี่ห้อมาก หมายความว่า หลอดไฟฟ้ายี่ห้อ C แต่ละหลอดมีอายุการใช้งานต่างกันน้อยกว่าอีก 2 ยี่ห้อ หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่ง เรามั่นใจว่าหลอดไฟฟ้ายี่ห้อ C แต่ละหลอดมีอายุการใช้งานใกล้เคียง 10000 ชั่วโมงมากกว่าอีก 2 ยี่ห้อ ดังนั้น หลอดไฟฟ้ายี่ห้อ C จึงดีที่สุด

27. ให้ S แทนผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่มีสองหลักทุกจำนวนซึ่งมีเศษเหลือเป็น 1 เมื่อหารด้วย 4 จำนวนในข้อใดต่อไปนี้ หาร S ได้ลงตัว

1. 3 2. 6 3. 8 4. 10

เฉลย 4.

จำนวนเต็มบวกสองหลักที่มีเศษเหลือเป็น 1 เมื่อหารด้วย 4 สามารถเขียนได้ในรูปแบบ $4n + 1$, $n = 3, 4, 5, \ldots, 24$

ซึ่งมีผลบวกเท่ากับ

$$S = \sum_{n=3}^{24}(4n+1) = 4\sum_{n=3}^{24} n + \sum_{n=3}^{24} 1$$

เนื่องจาก $\sum_{n=1}^{24} n = (1+2+3+\ldots+24) = \frac{24\times 25}{2} = 300$

และ $\sum_{n=3}^{24} 1 = 1+1+1+\ldots+1$ (22 จำนวน) $= 22$

ดังนั้น $\sum_{n=3}^{24} n = (3+\ldots+24) = 300-3 = 297$

และ $S = 4(297)+22 = 1210$

จะเห็นได้ชัดเจนว่า S หารด้วย 10 ลงตัว แต่หารด้วย 3, 6, และ 8 ไม่ลงตัว

28. คำตอบของสมการ $3^{x+7}\cdot 9^{x+4} = 27^{x+5}$ ที่เป็นจำนวนเต็มมีกี่จำนวน

1. 1 2. 2 3. 3 4. มากมายนับไม่ถ้วน

เฉลย 4

$$3^{x+7}\cdot 9^{x+4} = 27^{x+5}$$
$$3^{x+7}\cdot (3^2)^{x+4} = (3^3)^{x+5}$$
$$3^{x+7}\cdot 3^{2x+8} = 3^{3x+15}$$

$3^{3x+15} = 3^{3x+15}$ ซึ่งเป็นจริงสำหรับทุกค่าของ x

ดังนั้น คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มของสมการที่กำหนดให้จึงมีมากมายนับไม่ถ้วน

29. ให้ A = { a, b, c } แล้วจำนวนฟังก์ชัน f จาก A ไป A ซึ่ง $f(f(x)) = x$ สำหรับทุกค่าของ x ใน A มีทั้งหมดกี่ฟังก์ชัน

1. 1 2. 3 3. 4 4. 6

เฉลย 3.

เราต้องการสร้างฟังก์ชัน f จาก A ไป A ซึ่ง $h(x) = f(f(x)) = x$ สำหรับทุกค่าของ x ใน A = { a, b, c }นั่นคือ

$$h = \{(a,a),\ (b,b),\ (c,c)\}$$

ฟังก์ชัน f ที่มีสมบัติดังกล่าวได้แก่

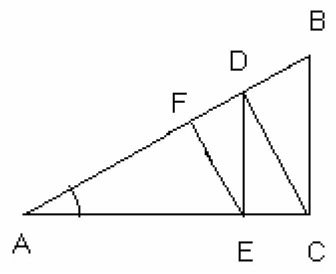
$$f_1 = \{(a,a),\ (b,b),\ (c,c)\}$$
$$f_2 = \{(a,a),\ (b,c),\ (c,b)\}$$

$f_3 = \{(a,b),\ (b,a),\ (c,c)\}$

$f_4 = \{(a,c),\ (b,b),\ (c,a)\}$

ซึ่งมีทั้งหมด **4** ฟังก์ชัน

30. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มี $B\hat{C}A$ เป็นมุมฉาก ถ้า $AB = 4$ และ $B\hat{A}C = \alpha$ และ $CD \perp AB$, $DE \perp AC$, $EF \perp AB$ แล้ว EF มีความยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้



1) $4\sin^4\alpha$ 2) $4\sin^3\alpha\cdot\cos\alpha$ 3) $4\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$ 4) $4\sin\alpha\cdot\cos^3\alpha$

เฉลย 4

จากรูป จะได้ว่า

ใน ΔEFD, $D\hat{E}F = \alpha$ จะได้ $EF = DE\cos\alpha$

ใน ΔEDC, $E\hat{D}C = \alpha$ จะได้ $DE = DC\cos\alpha$ และจะได้

$$EF = DE\cos\alpha = (DC\cos\alpha)\cos\alpha = DC\cos^2\alpha$$

ใน ΔCDB, $D\hat{C}B = \alpha$ จะได้ $DC = BC\cos\alpha$ และจะได้

$$EF = DC\cos^2\alpha = (BC\cos\alpha)\cos^2\alpha = BC\cos^3\alpha$$

ใน ΔABC, $B\hat{A}C = \alpha$ จะได้ $BC = AB\sin\alpha = 4\sin\alpha$ และจะได้

$$EF = BC\cos^3\alpha = 4\sin\alpha\cos^3\alpha$$

31. เส้นตรง A มีสมการเป็น $y = \sqrt{3}x$ เส้นตรง B ขนานกับเส้นตรง A และผ่านจุด (1,0) เส้นตรง C ขนานกับเส้นตรง A และผ่านจุด (0,1) เส้นตรง B และ C ห่างกันเท่ากับเท่าใด

1. $\sqrt{3}$ 2. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 3. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 4. $\sqrt{2}$

เฉลย 2

ขั้นที่ 1 หาสมการของเส้นตรง B

เส้นตรง A มีความชัน $m = \sqrt{3}$

เส้นตรง B ขนานกับเส้นตรง A จะได้ว่าเส้นตรง B มีความชัน $m = \sqrt{3}$

เส้นตรง B มีความชัน $m = \sqrt{3}$ และผ่านจุด (1,0) และมีสมการเป็น

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y = \sqrt{3}(x-1) = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$$

หรือ $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$

ขั้นที่ 2 หาระยะห่างระหว่างเส้นตรง B และเส้นตรง C

ให้ d = ระยะห่างระหว่างเส้นตรง B และเส้นตรง C

= ระยะห่างระหว่างจุด (0,1) และเส้นตรง B

$$= \frac{\left|\sqrt{3}(0) - 1 - \sqrt{3}\right|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}}$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

32. ข้อใดต่อไปนี้ อธิบายคำตอบที่เป็นจำนวนจริงของสมการ $|4-5x| = -x$ ได้อย่างถูกต้อง

1. มี 2 คำตอบ เป็นจำนวนบวก 1 ค่าและจำนวนลบอีก 1 ค่า
2. มี 1 คำตอบ เป็นจำนวนลบ
3. มี 2 คำตอบ เป็นจำนวนลบทั้งคู่
4. ไม่มี คำตอบ

เฉลย 4.

เนื่องจาก ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใดๆมากกว่าหรือเท่ากับ 0 เสมอ

ดังนั้น $-x = |4-5x| \geq 0$ หรือ $x \leq 0$

เมื่อ $x \leq 0$ จะได้

$-5x \geq 0$ และ $4-5x \geq 0$

และจะได้ $|4-5x| = 4-5x$

นั่นคือ เมื่อ $x \leq 0$, $|4-5x| = 4-5x$

$4-5x = -x$

$4-4x = 0$

$x = 1$

ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะว่า $x \leq 0$ ดังนั้นสมการที่กำหนดให้**ไม่มีคำตอบ**

33. หนังสือเล่มหนึ่งมี n หน้าตั้งแต่หน้า 1 ถึงหน้า n เลขโดด 1 ในเลขหน้าของหนังสือเล่มนี้มีทั้งหมด 213 ตัว จำนวนหน้า n ของหนังสือเล่มนี้คือข้อใดต่อไปนี้

1. 517 2. 518 3. $519 \leq n \leq 520$ 4. $521 \leq n \leq 530$

เฉลย 4.

เลขหน้าตั้งแต่หน้า 1 ถึง 9 มีเลขโดด 1 ปรากฏอยู่ 1 ตัว

ตั้งแต่หน้า 10 ถึง 99 มีเลขโดด 1 ปรากฏอยู่ 19 ตัว

(ในจำนวนนับ 10 ถึง 99 จำนวนที่มีเลขโดดในหลักหน่วยเป็น 1 มี 10 จำนวน จำนวนที่มีเลขโดดในหลักสิบเป็น 1 มี 9 จำนวน จำนวนที่มีเลขโดดในหลักหน่วยและหลักสิบเป็น 1 ทั้งคู่มี 1 จำนวน ดังนั้น จำนวนนับ 10 ถึง 99 ที่มีเลขโดด 1 ปรากฏอยู่ มี $10 + 9 - 1 = 18$ จำนวน แต่มีจำนวนหนึ่งคือ 11 ที่มีเลขโดด 1 สองตัว ดังนั้น จำนวนนับ 1 ถึง 99 มีเลขโดด 1 ปรากฏอยู่ $18 + 1 = 19$ ตัว)

ตั้งแต่หน้า 100 ถึง 499 มีเลขโดด 1 ปรากฏอยู่ทั้งหมด 180 ตัว

(ในจำนวนนับตั้งแต่ 100 ถึง 499 จำนวนที่ไม่มี 1 เป็นเลขโดด มี $3 \times 9 \times 9 = 243$ จำนวนจาก 400 จำนวน ดังนั้นจำนวนที่มีเลขโดด 1 อย่างน้อย 1 ตัวมี 157 จำนวน ใน157 จำนวนนี้ มี 1 จำนวนที่มีเลขโดด 1 สามตัวคือ 111 มี 21 จำนวนที่มีเลขโดด 1 สองตัว (จำนวนในรูปแบบ 11X, 1X1, และ X11 เมื่อ $x \neq 1$ ซึ่งมี $9 + 9 + 3 = 21$ จำนวน) ดังนั้น จำนวนนับ 100 ถึง 499 มีเลขโดด 1 ทั้งหมด $157+2+21 = 180$ ตัว)

ตั้งแต่หน้า 500 ถึง 530 มีเลขโดด 1 ปรากฏอยู่ทั้งหมด 13 ตัว

(ในจำนวนนับ 500 ถึง 530 จำนวนที่มี 1 เป็นเลขโดด อยู่ในรูปแบบ 511, 51X(เมื่อ $X \neq 1$) และ 5X1 (เมื่อ X = 0 หรือ 2) ซึ่งมี $1 + 9 + 2 = 12$ จำนวน แต่มีอยู่จำนวนหนึ่งที่มีเลขโดด 1 สองตัวคือ 511 ดังนั้น จำนวนนับตั้งแต่ 500 ถึง 530 มีเลขโดด 1 ทั้งหมด $12 + 1 = 13$ ตัว)

สรุปว่า จำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 530 มีเลขโดด 1 อยู่ทั้งหมด $1+ 19 + 180 + 13 = 213$ ตัว สังเกตว่า จำนวนนับตั้งแต่ 522 ถึง 530 ไม่มีเลขโดด 1 ปรากฏอยู่บนเลขหน้าเลย ดังนั้น หนังสือเล่มนี้มีจำนวนหน้าได้ตั้งแต่ 521 หน้าถึง 530 หน้า

34. ให้ $b > 2a > 0$ ข้อใดต่อไปนี้ อธิบายคำตอบที่เป็นจำนวนจริงของสมการ $ax^2 + bx + a = 0$ ได้อย่างถูกต้อง

1. มี 2 คำตอบ เป็นอินเวอร์สการบวกของกันและกัน
2. มี 2 คำตอบ เป็นอินเวอร์สการคูณของกันและกัน
3. มี 2 คำตอบ เป็นจำนวนที่มีเครื่องหมายต่างกันและค่าสัมบูรณ์ต่างกัน
4. ไม่มีคำตอบ

เฉลย 2.

คำตอบของสมการ $ax^2 + bx + a = 0$ คือ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a^2}}{2a}$$

ถ้า $b > 2a > 0$ จะได้ $b^2 > 4a^2$ หรือ $b^2 - 4a^2 > 0$ ดังนั้น สมการมี 2 คำตอบคือ

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a^2}}{2a} \quad \text{และ} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a^2}}{2a}$$

สังเกตว่า คำตอบทั้งสองไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนตรงข้ามและไม่จำเป็นต้องมีเครื่องหมายต่างกัน แต่เป็นอินเวอร์สการคูณของกันและกัน เพราะว่า

$$x_1x_2 = \frac{(-b)^2 - \left(\sqrt{b^2 - 4a^2}\right)^2}{4a^2} = 1$$

สรุปว่า สมการมี 2 คำตอบ เป็นอินเวอร์สการคูณของกันและกัน

35. ให้ $M(x_1,y_1)$, $N(x_2,y_2)$ และ $P(x_3,y_3)$ เป็นจุด 3 จุดในระนาบเดียวกัน A , B และ C เป็นจุดอีก 3 จุดในระนาบเดียวกันนี้ โดยที่ M, N และ P เป็นจุดกึ่งกลางของ AB, BC และ CA ตามลำดับ พิกัด x ของจุด C คือข้อใดต่อไปนี้

1) $x_1 + x_2 + x_3$ 2) $x_1 + x_2 - x_3$ 3) $x_2 + x_3 - x_1$ 4) $x_3 - x_1 - x_2$

เฉลย 3)

ให้ A, B, C มีพิกัด (x_a,y_a), (x_b,y_b), (x_c,y_c) ตามลำดับ

เนื่องจาก จุด $M(x_1,y_1)$ เป็นจุดกึ่งกลางของ AB จะได้

$$x_1 = \frac{x_a + x_b}{2}$$

หรือ $2x_1 = x_a + x_b$ …(1)

ทำนองเดียวกัน จุด $N(x_2,y_2)$ เป็นจุดกึ่งกลางของ BC จะได้

$$2x_2 = x_b + x_c \quad \ldots(2)$$

จุด $P(x_3,y_3)$ เป็นจุดกึ่งกลางของ CA จะได้

$$2x_3 = x_c + x_a \quad \ldots(3)$$

(2) + (3) - (1) จะได้

$$2(x_2 + x_3 - x_1) = 2x_c$$

ดังนั้น $x_c = \mathbf{x_2 + x_3 - x_1}$