เทคนิคการนับและความน่าจะเป็น

1. หลักมูลฐานของการนับ

1. **กฎการคูณ** ถ้าต้องการทำงาน k อย่าง โดยที่งานอย่างแรกทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรกนี้มีวิธีทำงานอย่างที่สอง n_2 วิธี และในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรกและงานอย่างที่สองมีวิธีทำงานอย่างที่สาม n_3 วิธี ... และในแต่ละวิธีที่เลือกทำงาน k-1 อย่างแรกมีวิธีทำงานอย่างที่ k จำนวน n_k วิธี แล้วจำนวนวิธีทั้งหมดในการทำงานทั้ง k อย่างเท่ากับ $n_1 \times n_2 \times ... \times n_k$ วิธี

2. **กฎการบวก** ถ้าต้องการทำงานอย่างน้อย 1 อย่างใน k อย่าง โดยที่งานอย่างแรกทำได้ n_1 วิธี อย่างที่สองทำได้ n_2 วิธี แตกต่างจากวิธีต่างๆ ที่ทำในงานอย่างแรก อย่างที่สามทำได้ n_3 วิธี แตกต่างจากวิธีต่างๆ ที่ทำในงานอย่างแรกหรืออย่างที่สอง ... อย่างที่ k ทำได้ n_k วิธี แตกต่างจากวิธีต่างๆ ที่ทำงานใน k-1 อย่างแรก แล้วจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือก**ทำงานอย่างน้อย 1 อย่างใน k อย่าง**เท่ากับ $n_1 + n_2 + ... + n_k$ วิธี

3. **กฎคอมพลีเมนต์** การหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ทำได้ตามเงื่อนไขที่กำหนด อาจหาได้ง่ายขึ้นโดยหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ แล้วนำไปลบออกจากจำนวนวิธีทั้งหมดที่เป็นไปได้

2. การนับจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน

1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเส้นตรงของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

1. จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยใช้ทีละ r สิ่ง**ไม่ซ้ำกัน**เท่ากับ $P_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ วิธี เมื่อ $0 \le r \le n$ ในกรณีที่ r = n จะได้ $P_{n,n} = n!$

2. จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยใช้ทีละ r สิ่ง**ซ้ำกันได้**เท่ากับ $P_{n,r} = n^r$ วิธี

2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเส้นตรงของสิ่งของซึ่งมีบางสิ่งซ้ำกัน

ถ้ามีสิ่งของทั้งหมด n สิ่งในจำนวนนี้มีบางสิ่งซ้ำกัน สมมุติว่าสิ่งที่ซ้ำกันมี k พวก พวกที่ 1 มี n สิ่งซ้ำกัน, พวกที่ 2 มี n_2 สิ่งซ้ำกัน, ... , พวกที่ k มี n_k สิ่งซ้ำกัน แล้วจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของทั้ง n สิ่งเท่ากับ $\frac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}$ วิธี

3. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมของสิ่งของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยใช้ทุกสิ่งเท่ากับ (n-1)! วิธี เมื่อมองได้ด้านเดียว แต่ถ้ามองได้สองด้าน (พลิกกลับได้เช่นเดียวกับวิธีร้อยพวงมาลัย) จำนวนวิธี เรียงสับเปลี่ยนจะลดลงครึ่งหนึ่งเหลือ $\frac{(n-1)!}{2}$ วิธี

3. การนับจำนวนวิธีจัดหมู่

ถ้ามีสิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง

1. จำนวนวิธีจัดหมู่หรือวิธีเลือกสิ่งของ r สิ่งไม่ซ้ำกัน (ไม่คืนที่) เท่ากับ

$$C_{n,r} = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ วิธี}$$

2. จำนวนวิธีจัดหมู่หรือวิธีเลือกสิ่งของอย่างน้อย 1 สิ่งไม่ซ้ำกัน (ไม่คืนที่) **หรือไม่เลือกเลย** เท่ากับ

$$C_{n,0} + C_{n,1} + C_{n,2} + \dots + C_{n,n} = 2^n \text{ วิธี}$$

ซึ่งก็คือจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซตที่มีสมาชิก n ตัว

3. จำนวนวิธีจัดหมู่หรือวิธีเลือกสิ่งของอย่างน้อย 1 สิ่งไม่ซ้ำกัน (ไม่คืนที่) เท่ากับ

$$C_{n,1} + C_{n,2} + C_{n,3} + \dots + C_{n,n} = 2^n - 1 \text{ วิธี}$$

4. จำนวนวิธีจัดหมู่หรือวิธีเลือกสิ่งของ r สิ่งซ้ำกันได้ (คืนที่) เท่ากับ

$$\binom{n+r-1}{n-1} \text{ หรือ } \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!} \text{ วิธี}$$

5. การนับจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนหรือวิธีจัดหมู่ตามเงื่อนไขที่กำหนด อาจใช้วิธีหักจำนวนวิธีทั้งหมดที่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดออกจากวิธีทั้งหมดที่เป็นไปได้

4. ความน่าจะเป็น

1. การทดลองสุ่ม คือ กระบวนการใดๆ ที่มีผลลัพธ์ไม่แน่นอน (ผลการทดลองมีหลายอย่างที่เป็นไปได้)

2. แซมเปิลสเปซ แทนด้วย S คือ เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม

3. เหตุการณ์ แทนด้วย A, B, C, ... คือ สับเซตของแซมเปิลสเปซ เราจะกล่าวว่าเหตุการณ์ A เกิดขึ้นถ้าผลการทดลองอยู่ใน A

4. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ คือ จำนวนซึ่งใช้บอกระดับความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ ใช้สัญลักษณ์ P(A) แทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A

5. สัจพจน์ของความน่าจะเป็น ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ S ความน่าจะเป็น P ของเหตุการณ์ใน S ต้องสอดคล้องกับสัจพจน์ต่อไปนี้

1. $P(S) = 1$
2. $P(A) \geq 0$
3. ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกัน แล้ว $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

6. พีชคณิตของเหตุการณ์ ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ S

1. $A \cup B$ คือ เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยผลลัพธ์ที่อยู่ใน A หรืออยู่ใน B (หรืออยู่ใน A และ B ทั้งคู่) ดังนั้น กล่าวว่า $A \cup B$ เกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ A หรือ B เกิดขึ้นอย่างน้อย 1 เหตุการณ์

2. $A \cap B$ คือ เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยผลลัพธ์ที่อยู่ทั้งใน A และใน B ดังนั้น กล่าวว่า $A \cap B$ เกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ A และ B เกิดขึ้นทั้งคู่

3. A' คือ เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยผลลัพธ์ของแซมเปิลสเปซที่ไม่อยู่ใน A ดังนั้น A' เกิดขึ้นเมื่อ A ไม่เกิดขึ้น

7. กฎของความน่าจะเป็น ถ้า A, B และ C เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว

1. กฎการบวก $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

2. กฎคอมพลีเมนต์ $P(A') = 1 - P(A)$ หรือ $P(A) = 1 - P(A')$

8. การคำนวณความน่าจะเป็นเมื่อผลลัพธ์ในแซมเปิลสเปซมีความเป็นไปได้เท่าๆ กัน

ถ้าแซมเปิลสเปซ S ประกอบด้วยผลลัพธ์จำนวน n ผลลัพธ์**แต่ละผลลัพธ์มีโอกาสเกิดขึ้น**เท่ากัน ถ้า A เป็นเหตุการณ์ใน S ที่ประกอบด้วยผลลัพธ์ f ผลลัพธ์แล้ว

$$P(A) = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ใน } A}{\text{จำนวนผลลัพธ์ใน } S} = \frac{f}{n}$$

แบบทดสอบ

1. ในคณะกรรมการนักเรียนจำนวน 10 คน จะมีวิธีเลือกประธาน รองประธาน และเลขานุการได้กี่วิธี ถ้ากรรมการคนหนึ่งไม่สมัครที่จะเป็นประธาน **(ตอบ 648)**

2. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีดำ 4 ลูก และสีแดง 6 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบนี้มา 3 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีละอย่างน้อยหนึ่งลูกเท่ากับข้อใด

   1) 0.78 *2) 0.80 3) 0.82 4) 0.84

3. ในการสุ่มหยิบเลข 3 หลักที่มากกว่าหรือเท่ากับ 100 มาหนึ่งจำนวน ความน่าจะเป็นที่เลขจำนวนนั้นมีเลข 8 อย่างน้อย 1 หลัก และไม่มีเลข 9 ในหลักใดๆ จะเท่ากับข้อใด

   1) $\frac{1}{8}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $\frac{2}{8}$ *4) $\frac{2}{9}$

4. ถ้า S คือเซตของลอตเตอรี่รัฐบาลซึ่งมีเลข 6 หลัก และมีเลข 0 อยู่ 4 ตัว แล้วจำนวนสมาชิกของ S เท่ากับเท่าใด **(ตอบ 1215)**

5. ในการออกรางวัลเลขท้ายสองตัวของลอตเตอรี่รัฐบาล ความน่าจะเป็นที่รางวัลเลขท้ายสองตัวมีหลักสิบเป็นเลขที่มากกว่าหรือเท่ากับ 7 หรือหลักหน่วยเป็นเลขที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2 มีค่าเท่ากับเท่าใด

   1) 0.40 *2) 0.51 3) 0.54 4) 0.60

6. วิธีในการเขียนจำนวนคู่ที่มีสามหลักจากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5 โดยที่หลักร้อยและหลักหน่วยเป็นตัวเลขที่แตกต่างกันและมีค่าไม่น้อยกว่า 200 มีจำนวนวิธีเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

   1) 72 2) 71 *3) 60 4) 59

7. จัดคน 8 คน ซึ่งมีสมศักดิ์ สมชาย และสมหญิงรวมอยู่ด้วย เข้านั่งรอบโต๊ะกลมซึ่งมี 8 ที่นั่งความน่าจะเป็นที่สมชายได้นั่งติดกับสมหญิง และสมศักดิ์ไม่นั่งติดกับสมชายเท่ากับข้อใด

   1) $\frac{1}{7}$ *2) $\frac{5}{21}$ 3) $\frac{11}{42}$ 4) $\frac{5}{42}$

8. ในการเลือกประธาน รองประธาน และเหรัญญิก จากนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 4 คน ซึ่งมีนายกำธรรวมอยู่ด้วย ความน่าจะเป็นที่การเลือกครั้งนี้นายกำธรได้เป็นประธาน และมีนักเรียนหญิงได้รับเลือกอย่างน้อยหนึ่งคนเท่ากับข้อใด

*1) $\frac{13}{180}$ 2) $\frac{13}{360}$ 3) $\frac{2}{45}$ 4) $\frac{4}{45}$

9. ข้อสอบชุดหนึ่งมี 2 ตอน ตอนละ 4 ข้อ มีคำสั่งให้ผู้สอบทำข้อสอบตอนที่หนึ่งอย่างน้อย 1 ข้อ และทำข้อสอบตอนที่สอง 2 ข้อ จำนวนวิธีที่ผู้สอบจะทำข้อสอบชุดนี้เท่ากับเท่าใด **(ตอบ 90)**

10. ในการยืนเรียงเป็นแถวตรงของนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 4 คน ถ้าความน่าจะเป็นที่ไม่มีนักเรียนหญิง 2 คนใดยืนติดกันเลยเท่ากับ a และความน่าจะเป็นที่นักเรียนหญิงทั้งหมด**ต้องยืนติดกัน**เท่ากับ b แล้ว a + b มีค่าเท่ากับเท่าใด

*1) 0.20 2) 0.25 3) 0.30 4) 0.35

11. กล่องใบหนึ่งมีลูกแก้วขนาดเดียวกัน 3 สี เป็นสีขาว 4 ลูก สีแดงและสีเขียวมีจำนวนเท่ากัน เมื่อสุ่มหยิบลูกแก้วมา 2 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกแก้วสีขาวทั้ง 2 ลูกเท่ากับ $\frac{2}{15}$ ถ้าสุ่มหยิบลูกแก้วมา 4 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกแก้วเป็นสีเขียว 1 ลูกและสีแดงอย่างน้อย 1 ลูก เท่ากับข้อใด

1) $\frac{30}{70}$ *2) $\frac{31}{70}$ 3) $\frac{29}{35}$ 4) $\frac{33}{35}$

12. สลาก 11 ใบ มีหมายเลข 1 ถึง 11 กำกับอยู่ใบละ 1 หมายเลข สุ่มหยิบสลากมา 4 ใบ ความน่าจะเป็นที่สลากที่หยิบมามีผลคูณของหมายเลขเป็นจำนวนคู่ แต่ผลบวกของหมายเลขเป็นจำนวนคี่มีค่าเท่าใด
(ตอบ $\frac{16}{33} \approx 0.48$)

13. นายกรี และนายขจรได้รับเชิญไปงานเลี้ยงซึ่งมีผู้ได้รับเชิญทั้งหมด 20 คน เจ้าภาพจัดให้ผู้ร่วมงานนั่งโต๊ะกลม 2 โต๊ะ โต๊ะละ 10 ที่นั่ง โดยสุ่ม ความน่าจะเป็นที่นายกรี และนายขจรจะได้นั่งติดกันในโต๊ะตัวเดียวกันเท่ากับข้อใด

*1) $\frac{1}{19}$ 2) $\frac{2}{19}$ 3) $\frac{2}{9}$ 4) $\frac{4}{9}$

14. มีคนงานหญิง 6 คน และคนงานชาย 8 คน ซึ่งมีนายดำรวมอยู่ด้วย ถ้าจะเลือกคนงาน 4 คนไปทำงานที่ต่างกัน 4 ประเภท โดยให้เป็นหญิง 2 คน เป็นชาย 2 คน และให้มีนายดำอยู่ใน 4 คนนี้ด้วย แล้วจำนวนวิธีการเลือกคนงานดังกล่าวเท่ากับข้อใด

1) 1920 วิธี 2) 2400 วิธี *3) 2520 วิธี 4) 2880 วิธี

15. ถุงใบหนึ่งมีลูกกวาดขนาดเดียวกันเป็นสีแดง 24 เม็ด ที่เหลือเป็นลูกกวาดสีขาวและสีเขียว ถ้าสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมา 1 เม็ด ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกกวาดสีขาวหรือสีเขียวเท่ากับ $\frac{5}{6}$ และความน่าจะเป็นที่ได้ลูกกวาดสีเขียวหรือสีแดงเท่ากับ $\frac{3}{4}$ แล้วจำนวนลูกกวาดสีเขียวเท่ากับข้อใด

1) 36 2) 60 3) 72 *4) 84

โปรแกรมเชิงเส้น

1. โปรแกรมเชิงเส้น

โปรแกรมเชิงเส้น ประกอบด้วยฟังก์ชันเชิงเส้นฟังก์ชันหนึ่ง ที่ต้องการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดอย่างใดอย่างหนึ่ง เรียกว่า **ฟังก์ชันจุดประสงค์** และระบบอสมการเชิงเส้นระบบหนึ่ง เรียกว่า **ข้อจำกัด** ข้อจำกัดของตัวแปรที่จะต้องเป็นจำนวนบวกหรือศูนย์เท่านั้น เรียกว่า **ข้อจำกัดของความไม่เป็นจำนวนลบ**

คำตอบของโปรแกรมเชิงเส้น คือ จุด (ค่าของตัวแปร) ที่สอดคล้องกับข้อจำกัดและทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดที่ต้องการ

ตัวอย่าง บริษัทแห่งหนึ่งมีคลังสินค้าใหญ่ 1 แห่ง และคลังสินค้าย่อย 2 แห่ง สินค้าจะถูกส่งจากคลังสินค้า-ย่อยไปตามใบสั่งซื้อของลูกค้า แต่ไม่ส่งตรงจากคลังสินค้าใหญ่ การจัดส่งสินค้าไปยังคลังสินค้าย่อยทั้งสองจะต้องเสียค่าใช้จ่ายหน่วยละ 10 บาท และ 12 บาท ตามลำดับ คลังสินค้าใหญ่สามารถจ่ายสินค้าได้สัปดาห์ละไม่เกิน 1000 หน่วย คลังสินค้าย่อยทั้งสองแห่งต้องการสินค้าอย่างต่ำแห่งละ 400 หน่วย บริษัทมีจุดประสงค์ที่จะควบคุมต้นทุนการจัดส่งสินค้าให้ต่ำที่สุด บริษัทควรจัดส่งสินค้าให้คลังสินค้าย่อยแต่ละแห่งจำนวนเท่าใด จงเขียนตัวแบบโปรแกรมเส้นตรงของปัญหาดังกล่าว

วิธีทำ ให้ x_1 และ x_2 แทนจำนวนสินค้าที่คลังสินค้าใหญ่จ่ายให้คลังสินค้าย่อยที่ 1 และที่ 2 ตามลำดับ ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือฟังก์ชันต้นทุน $C(x_1, x_2) = 10x_1 + 12x_2$

ข้อจำกัดคือ
1. จำนวนสินค้าที่คลังสินค้าใหญ่สามารถจ่ายให้คลังสินค้าย่อยรวมกันไม่เกินสัปดาห์ละ 1000 หน่วย แทนด้วยอสมการ
$$x_1 + x_2 \leq 1000$$
2. ความต้องการสินค้าของคลังสินค้าย่อยแห่งละไม่ต่ำกว่า 400 แทนด้วยอสมการ
$$x_1 \geq 400$$
$$x_2 \geq 400$$
3. ข้อจำกัดของความไม่เป็นจำนวนลบ
$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \geq 0$$

ดังนั้นตัวแปรโปรแกรมเชิงเส้นของปัญหาดังกล่าวนี้คือ

หาค่าต่ำสุดของ $C(x_1, x_2) = 10x_1 + 12x_2$

ภายใต้ข้อจำกัด
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 1000 \\ x_1 &\geq 400 \\ x_2 &\geq 400 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(เงื่อนไข 2 ข้อสุดท้ายอาจไม่ระบุไว้ก็ได้เพราะถูกครอบโดยเงื่อนไขที่ 2 และที่ 3 อยู่แล้ว)

2. การหาคำตอบของโปรแกรมเชิงเส้น

1. เซตของจุด (ค่าของตัวแปรแต่ละชุด) ที่สอดคล้องกับข้อจำกัดทุกข้อของโปรแกรมเชิงเส้นเรียกว่า **เซตของค่าที่เป็นไปได้** คำตอบของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นต้องอยู่ในเซตนี้

2. เซตของจุดในระนาบเป็น**เซตที่มีขอบเขต** ถ้าสามารถบรรจุไว้ภายในวงกลมซึ่งรัศมีมีความยาวจำกัด มิฉะนั้นแล้วจะเป็น**เซตที่ไม่มีขอบเขต**

3. **ทฤษฎีบทพื้นฐานของโปรแกรมเชิงเส้น** ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของโปรแกรมเชิงเส้นเป็นเซตที่มีขอบเขตแล้วฟังก์ชันจุดประสงค์จะมีค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดที่จุดมุมของบริเวณที่แทนเซตของค่าที่เป็นไปได้

ถ้าเซตของค่าที่เป็นไปได้ของโปรแกรมเชิงเส้นเป็นเซตที่ไม่มีขอบเขต แล้วฟังก์ชันจุดประสงค์อาจมีค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดที่จุดมุมของบริเวณที่แทนเซตของค่าที่เป็นไปได้หรืออาจไม่มีค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

4. **วิธีหาคำตอบของโปรแกรมเชิงเส้นตรง**

ขั้นที่ 1 เขียนกราฟของข้อจำกัดจะได้บริเวณที่แทนเซตของค่าที่เป็นไปได้

ขั้นที่ 2 หาจุดมุมของบริเวณที่แทนเซตของค่าที่เป็นไปได้

ขั้นที่ 3 หาค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่จุดมุมต่างๆ

ขั้นที่ 4 เลือกจุดที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดตามที่ต้องการ จะได้คำตอบของโปรแกรมเชิงเส้น

ตัวอย่าง จงแก้ปัญหาเกี่ยวกับค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าที่กล่าวถึงในตัวอย่างข้างบน

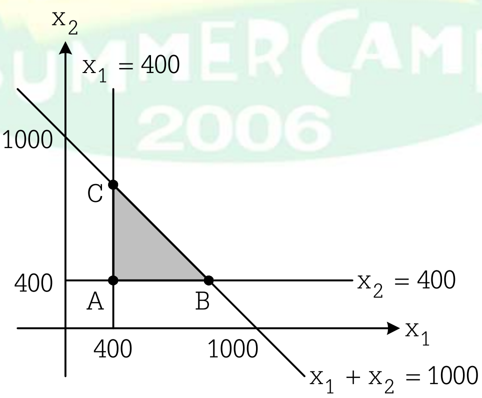
หาค่าต่ำสุดของ $C(x_1, x_2) = 10x_1 + 12x_2$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$
$$x_1 \geq 400$$
$$x_2 \geq 400$$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 เขียนกราฟของข้อจำกัดจะได้บริเวณที่แรเงาแทนเซตของค่าที่เป็นไปได้



ขั้นที่ 2 คำนวณพิกัดของจุดมุมของบริเวณที่แทนเซตของค่าที่เป็นไปได้

ได้ A = (400, 400); B = (600, 400); C = (400, 600)

ขั้นที่ 3 คำนวณค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่จุดมุมแต่ละจุด

จุดมุม	ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์
(400, 400)	C(400, 400) = 10(400) + 12(400) = 8800
(600, 400)	C(600, 400) = 10(600) + 12(400) = 10800
(400, 600)	C(400, 600) = 10(400) + 12(600) = 11200

ขั้นที่ 4 จุดมุมที่ทำให้ฟังชันก์จุดประสงค์มีค่าต่ำสุดคือ (400, 400) เนื่องจากบริเวณที่แทนเซตของค่าที่เป็นไปได้มีขอบเขต ค่าดังกล่าวจึงเป็นคำตอบของปัญหาที่กำหนด ดังนั้นค่าใช้จ่ายต่ำสุดในการส่งสินค้าเท่ากับ 8,800 บาท (เกิดขึ้นจากการจ่ายสินค้าให้แก่คลังสินค้าย่อยเท่าที่จำเป็นคือแห่งละ 400 หน่วย)

แบบทดสอบ

1. กำหนดสมการจุดประสงค์ $z = ax + by$ โดยที่ $a > 0, b > 0$ และมีอสมการข้อจำกัด คือ

$$\begin{aligned} x - 2y &\le 0 \\ x + y &\ge 3 \\ 2x + y &\ge 4 \\ x &\ge 0 \\ y &\ge 0 \end{aligned}$$

เมื่อ $z = 0$ จะได้เส้นตรง $ax + by = 0$ มีความชันเท่ากับ $-\frac{3}{2}$

ถ้า z มีค่าน้อยที่สุดที่จุด (x_0, y_0) แล้ว $x_0 - y_0$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) -4 *2) -1 3) 1 4) 3

2. กำหนดให้สมการจุดประสงค์คือ $P = a^2x + ay$ โดย a เป็น**จำนวนจริงบวก** และอสมการข้อจำกัดคือ

$$\begin{aligned} 2x + y &\le 8 \\ x + y &\ge 6 \\ x &> 0 \\ y &> 0 \end{aligned}$$

ถ้าค่ามากที่สุดของ P เท่ากับ 70 แล้ว a เป็นจริงตามข้อใด

1) $1 \le a < 4$ *2) $4 \le a < 7$ 3) $7 \le a < 10$ 4) $a \ge 10$

3. กำหนดสมการจุดประสงค์ คือ $P(x, y) = (a^2 - 1)x + ay$ โดยที่ a เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $a^2 - a - 2 \ge 0$ และอสมการข้อจำกัด คือ $2 \le x \le 4$, $y \ge 1$ และ $x + y \le 7$

ถ้าค่าสูงสุดของ P(x, y) เท่ากับ 41 แล้ว a มีค่าอยู่ในช่วงใด

1) [2, 2.5) 2) [2.5, 3) *3) [3, 3.5) 4) [3.5, 4)

4. กำหนดสมการจุดประสงค์คือ $P = 3x + 2y$ โดยมีอสมการข้อจำกัด $0 \le x \le 4$ และ $6 \le y \le 7$ แล้วค่าสูงสุดของ P เท่ากับเท่าใด **(ตอบ 18)**

5. กำหนดให้สมการจุดประสงค์คือ P = 2ax + 3ay โดยที่ a > 0 อสมการข้อจำกัด คือ

$$2x + y \leq 1000$$
$$x + 3y \leq 900$$
$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

ถ้าค่าสูงสุดของ P คือ 33000 แล้ว a เป็นจริงตามข้อใด

1) $10 < a \leq 20$ *2) $20 < a \leq 30$ 3) $30 < a \leq 40$ 4) $40 < a \leq 50$

6. น้ำมันดีเซล 100 ลิตร ราคาต้นทุนลิตรละ 12 บาท และน้ำมันปาล์ม 120 ลิตร ราคาต้นทุนลิตรละ 8 บาท ถ้าจะผสมน้ำมันสองชนิดนี้รวมกันให้มีจำนวนไม่น้อยกว่า 150 ลิตร และขายน้ำมันผสมนี้ในราคาลิตรละ 11 บาท ให้ได้กำไรมากที่สุดแล้วกำไรที่ได้เท่ากับข้อใด

1) 230 บาท 2) 260 บาท *3) 330 บาท 4) 460 บาท

การวัดค่ากลางของข้อมูล

ค่ากลางของข้อมูล คือ ค่าขนาดกลางของข้อมูลซึ่งมักจะเป็นค่าที่อยู่บริเวณศูนย์กลางของการแจกแจง ค่ากลางของข้อมูลใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลเมื่อเราต้องการค่าๆ หนึ่งสำหรับใช้แทนข้อมูลทั้งชุด

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

1. **ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**ของข้อมูลที่ประกอบด้วยค่าของตัวแปร x แทนด้วย $\bar{x}$ คำนวณจากสูตร

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$ (กรณีข้อมูลไม่แจกแจงความถี่)

หรือ $$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i x_i$$ (กรณีข้อมูลแจกแจงความถี่เป็น k ช่วง)

(x_i คือ จุดกึ่งกลางช่วงที่ i ซึ่งมีความถี่ f_i และ $\sum_{i=1}^{k} f_i = n$)

2. **ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก** ถ้าค่าของตัวแปรในข้อมูลบางค่ามีความสำคัญไม่เท่ากัน

ให้ $w_1, w_2, \ldots, w_n$ เป็นน้ำหนักแสดงความสำคัญของ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักของข้อมูล $x_1, x_2, \ldots, x_n$ หาได้จากสูตร

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

3. **ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม** ถ้าข้อมูล k ชุด ประกอบด้วยค่าของตัวแปรเดียวกัน $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ค่า และแต่ละชุดมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_k$ ตามลำดับ แล้วถ้ารวมข้อมูลทั้ง k ชุดนั้นเป็นชุดเดียว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของข้อมูล k ชุดที่รวมกันเป็นชุดเดียว หาได้จากสูตร

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + \ldots + n_k\bar{x}_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

4. สมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต

1. $\sum_{i=1}^{n} x_i = n\bar{x}$

2. $\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) = 0$

3. $\sum_{i=1}^{n} (x_i - m)^2$ มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ $m = \bar{x}$

4. ถ้าข้อมูล y เกิดจากข้อมูล x โดยการคูณ x_i แต่ละค่าด้วยค่าคงตัว a แล้วบวกด้วยค่าคงตัว b นั่นคือ $y_i = ax_i + b$ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล y เท่ากับ a คูณค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ x แล้วบวกด้วย b นั่นคือ $\bar{y} = a\bar{x} + b$

2. มัธยฐาน

1. **มัธยฐาน**ของข้อมูล คือ ค่าของตัวแปรซึ่งมีตำแหน่งอยู่กึ่งกลาง เมื่อเรียงค่าของตัวแปรจากน้อยไปมาก (หรือจากมากไปน้อย)

2. สำหรับข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ถ้าข้อมูลมี n ค่าเรียงตามลำดับจากน้อยไปมาก

   1. กรณีที่ n เป็นจำนวนคี่

      มัธยฐาน = ค่าของตัวแปรในตำแหน่งที่ $\frac{n+1}{2}$

      เช่น ข้อมูล 2, 3, 6, 9, 10 มีมัธยฐานเท่ากับ 6

   2. กรณีที่ n เป็นจำนวนคู่

      มัธยฐาน = ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่าของตัวแปรในตำแหน่งที่ $\frac{n}{2}$ กับ $\frac{n}{2} + 1$

      เช่น ข้อมูล 2, 3, 6, 9, 10, 18 มีมัธยฐานเท่ากับ $\frac{6+9}{2} = 7.5$

3. สำหรับข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว (จากน้อยไปมาก) ถ้าข้อมูลมี n ค่า ตำแหน่งของมัธยฐานคือ $\frac{n}{2}$ ช่วงที่มีมัธยฐาน คือ ช่วงแรกที่มีความถี่สะสมมากกว่าหรือเท่ากับ $\frac{n}{2}$ การคำนวณค่าของมัธยฐานใช้สูตรต่อไปนี้

ตำแหน่งของมัธยฐาน

ขอบล่างของช่วงที่มีมัธยฐาน

ความถี่สะสมของช่วงที่มีค่าต่ำกว่าช่วงที่มีมัธยฐาน

$$\text{มัธยฐาน} = L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f}\right) I$$

ความถี่ของช่วงที่มีมัธยฐาน

ความกว้างของช่วงที่มีมัธยฐาน

4. สมบัติที่น่าสนใจประการหนึ่งของมัธยฐาน คือ สำหรับข้อมูล $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ใดๆ $\sum_{i=1}^{n} |x_i - m|$ มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ m = มัธยฐาน

3. ฐานนิยม

1. **ฐานนิยม** คือ ค่าของตัวแปรที่สังเกตได้ของข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด

2. สำหรับข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว ฐานนิยมมีค่าอยู่ในช่วงที่มีความถี่มากที่สุด ฐานนิยมคำนวณได้โดยใช้สูตรต่อไปนี้

$$\text{ฐานนิยม} = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)I$$

เมื่อ L = ขอบล่างของช่วงที่มีฐานนิยม

d_1 = ผลต่างระหว่างความถี่ของช่วงที่มีฐานนิยมกับช่วงถัดไปที่มีค่าต่ำกว่า

d_2 = ผลต่างระหว่างความถี่ของช่วงที่มีฐานนิยมกับช่วงถัดไปที่มีค่าสูงกว่า

I = ความกว้างของช่วงที่มีฐานนิยม

4. ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก

1. **ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก** ใช้เป็นค่ากลางของข้อมูลที่ได้จากตัวแปรในรูปอัตราเทียบกับเวลา เช่น อัตราเร็ว และอัตราเร่ง เป็นต้น

2. **ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก** เขียนแทนด้วย H.M. หาได้โดยใช้สูตรต่อไปนี้

$$\text{H.M.} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$$ (กรณีข้อมูลไม่แจกแจงความถี่)

หรือ $$\text{H.M.} = \frac{n}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \ldots + \frac{f_k}{x_k}}$$ (กรณีข้อมูลแจกแจงความถี่เป็น k ช่วง)

(x_i คือ จุดกึ่งกลางช่วงที่ i ที่มีความถี่ f_i และ $\sum_{i=1}^{k} f_i = n$)

5. ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต

1. **ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต** ใช้เป็นค่ากลางของข้อมูลที่ได้จากตัวแปรในรูปอัตราส่วน (ซึ่งเป็นจำนวนบวกเสมอ) เช่น อัตราการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของประชากร และเลขดัชนีต่างๆ เป็นต้น

2. ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต เขียนแทนด้วย G.M. หาได้จากสูตรต่อไปนี้

$$\text{G.M.} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n}$$ (กรณีข้อมูลไม่แจกแจงความถี่)

หรือ $$\text{G.M.} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \ldots x_k^{f_k}}$$ (กรณีข้อมูลแจกแจงความถี่เป็น k ช่วง)

(x_i คือ จุดกึ่งกลางช่วงที่ i ที่มีความถี่ f_i และ $\sum_{i=1}^{k} f_i = n$)

การวัดตำแหน่งของข้อมูล

1. แนวคิดในการวัดตำแหน่งของค่าที่สังเกตได้ มี 2 แนวคิด ได้แก่

แนวคิดที่ 1 บอกให้ทราบว่าค่าที่สังเกตได้ทั้งหมดที่มีค่าต่ำกว่าค่าที่สนใจมีกี่เปอร์เซ็นต์ การวัดตำแหน่งโดยวิธีนี้ใช้เปอร์เซ็นไทล์ เดไซล์ และควอร์ไทล์ เป็นมาตรวัดตำแหน่ง

แนวคิดที่ 2 บอกให้ทราบว่าค่าที่สนใจต่ำกว่าหรือสูงกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตกี่หน่วยมาตรฐาน (1 หน่วยมาตรฐานเท่ากับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล) ตามแนวคิดนี้จะใช้ค่า**มาตรฐาน**เป็นมาตรวัดตำแหน่ง

2. บทนิยามของเปอร์เซ็นไทล์ เดไซล์ และควอร์ไทล์

1. **เปอร์เซ็นไทล์** คือ ค่าของตัวแปร 99 ค่า ที่แบ่งค่าที่สังเกตได้ทั้งหมดของข้อมูลซึ่งเรียงอันดับจากน้อยไปมากออกเป็น 100 ส่วน แต่ละส่วนมีจำนวนค่าที่สังเกตได้เท่ากัน ส่วนละ 1% เรียกค่า 99 ค่านี้ว่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 1, เปอร์เซ็นไทล์ที่ 2, ... , เปอร์เซ็นไทล์ที่ 99 เขียนแทนด้วย $P_1, P_2, \ldots, P_{99}$ ตามลำดับ

ดังนั้นเปอร์เซ็นไทล์ที่ r คือ ค่าของตัวแปรซึ่งมีค่าที่สังเกตได้ทั้งหมดประมาณ r% ที่มีค่าน้อยกว่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ r และมีค่าที่สังเกตได้อีกประมาณ (100−r)% ที่มีค่ามากกว่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ r

2. **เดไซล์** คือ ค่าของตัวแปร 9 ค่าที่แบ่งค่าที่สังเกตได้ทั้งหมดของข้อมูลซึ่งเรียงอันดับจากน้อยไปมากออกเป็น 10 ส่วน แต่ละส่วนมีจำนวนค่าที่สังเกตได้ 10% เรียก 9 ค่านี้ว่า เดไซล์ที่ 1, เดไซล์ที่ 2, ... , เดไซล์ที่ 9 แทนด้วย $D_1, D_2, \ldots, D_9$ ตามลำดับ สังเกตว่า $D_1 = P_{10}$, $D_2 = P_{20}$, ... , $D_9 = P_{90}$

3. **ควอร์ไทล์** คือ ค่าของตัวแปร 3 ค่า ที่แบ่งค่าที่สังเกตได้ทั้งหมดของข้อมูลซึ่งเรียงอันดับจากน้อยไปมากออกเป็น 4 ส่วน แต่ละส่วนมีจำนวนค่าที่สังเกตได้ 25% เรียก 3 ค่านี้ว่า ควอร์ไทล์ที่ 1, ควอร์ไทล์ที่ 2 และควอร์ไทล์ที่ 3 แทนด้วย Q_1, Q_2 และ Q_3 ตามลำดับ สังเกตว่า $Q_1 = P_{25}$, $Q_2 = P_{50}$ = มัธยฐาน, $Q_3 = P_{75}$

3. การคำนวณเปอร์เซ็นไทล์ เดไซล์ และควอร์ไทล์

เนื่องจากควอร์ไทล์ และเดไซล์ ก็คือบางค่าของเปอร์เซ็นไทล์ ดังนั้นไม่มีความจำเป็นใดๆ ที่นักเรียนจะต้องจดจำสูตร หรือวิธีการสำหรับใช้คำนวณควอร์ไทล์ และเดไซล์ต่างหาก

1. วิธีการคำนวณเปอร์เซ็นไทล์ที่ r สำหรับข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่หรือแจกแจงความถี่ทีละค่า

1. เรียงค่าที่สังเกตได้จากน้อยไปมาก
2. คำนวณตำแหน่งของเปอร์เซ็นไทล์ที่ r

   ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{r(n+1)}{100}$ เมื่อ r = 1, 2, ... , 99
3. หาค่าของตัวแปรที่ตรงกับตำแหน่งที่คำนวณได้ ในขั้นที่ 2

2. วิธีการคำนวณเปอร์เซ็นไทล์ที่ r สำหรับข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นช่วง

1. หาความถี่สะสมของแต่ละช่วงที่มีค่าจากน้อยไปมาก
2. คำนวณตำแหน่งของเปอร์เซ็นไทล์ที่ r

   ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{rn}{100}$ เมื่อ r = 1, 2, ... , 99

3. หาช่วงที่มีเปอร์เซ็นไทล์ที่ r ซึ่งก็คือช่วงแรกที่ความถี่สะสมมากกว่าหรือเท่ากับตำแหน่งของ P_r ที่คำนวณได้ในขั้นที่ 2

4. คำนวณเปอร์เซ็นไทล์ที่ r จากสูตร $$P_r = L + \left[\frac{\frac{rn}{100} - F}{f}\right]I$$

เมื่อ L = ขอบล่างของช่วงที่มี P_r

F = ความถี่สะสมของช่วงที่มีค่าน้อยกว่าช่วงที่มี P_r

f = ความถี่ของช่วงที่มี P_r

I = ความกว้างของช่วงที่มี P_r

4. ค่ามาตรฐาน

สำหรับข้อมูล $x_1, \ldots, x_n$ ซึ่งมีค่าเฉลี่ย $\bar{x}$ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน S ค่ามาตรฐานของ x_i แทนด้วย z_i หาได้จากสูตร

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

ค่ามาตรฐาน z_i ของ x_i บอกให้ทราบว่า x_i อยู่สูงกว่าหรือต่ำกว่า $\bar{x}$ กี่หน่วยมาตรฐาน (1 หน่วยมาตรฐาน = S)

สำหรับข้อมูลชุดหนึ่งๆ ให้ z_i เป็นค่ามาตรฐานของ x_i จะได้ว่า

1. $\sum_{i=1}^{n} z_i = 0$ หรือ $\bar{z} = 0$

2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ z_i เท่ากับ 1

การวัดการกระจายของข้อมูล

การวัดการกระจายของข้อมูลมีวัตถุประสงค์ เพื่ออธิบายว่าค่าของตัวแปรที่สังเกตได้ในข้อมูลชุดหนึ่งๆ มีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด หรือเบี่ยงเบน (กระจาย) ไปจากค่ากลางมากน้อยเพียงใด

1. มาตรวัดการกระจายสัมบูรณ์

ใช้วัดการกระจายของข้อมูลโดยไม่ได้เปรียบเทียบกับค่าขนาดกลางข้อมูล มาตรวัดการกระจายสัมบูรณ์มีหลายชนิด ได้แก่

1. **พิสัย** = ค่าสูงสุด – ค่าต่ำสุด

2. **ค่าเบี่ยงเบนควอร์ไทล์** = $\frac{1}{2}$ (ควอร์ไทล์ที่สาม – ควอร์ไทล์ที่หนึ่ง)

$$QD = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

3. **ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย** = ค่าเฉลี่ยของ $|x_i - \bar{x}|$

$$MD = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|$$ (กรณีข้อมูลไม่แจกแจงความถี่)

หรือ $$MD = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}f_i|x_i - \bar{x}|$$ (กรณีข้อมูลแจกแจงความถี่เป็น k ช่วง)

(x_i คือ จุดกึ่งกลางของช่วงที่ i มีความถี่ f_i และ $\sum_{i=1}^{k} f_i = n$)

4. **ความแปรปรวน** = ค่าเฉลี่ยของ $(x_i - \bar{x})^2$

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \qquad \text{(กรณีข้อมูลไม่แจกแจงความถี่)}$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \bar{x}^2 \qquad \text{(สูตรลัด)}$$

หรือ

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}f_i(x_i - \bar{x})^2 \qquad \text{(กรณีข้อมูลแจกแจงความถี่เป็น k ช่วง)}$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}f_i x_i^2 - \bar{x}^2 \qquad \text{(สูตรลัด)}$$

(x_i คือ จุดกึ่งกลางของช่วงที่ i ซึ่งมีความถี่ f_i และ $\sum_{i=1}^{k} f_i = n$)

5. **ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน** = รากที่สองที่เป็นบวกของความแปรปรวน

$$S = \sqrt{S^2}$$

2. มาตรวัดการกระจายสัมพัทธ์

ใช้วัดการกระจายของข้อมูลโดยบอกให้ทราบว่าการกระจายสัมบูรณ์คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของค่าขนาดกลาง เราใช้มาตรวัดการกระจายสัมพัทธ์เปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลหลายๆ ชุด ที่มีค่าขนาดกลางแตกต่างกัน มาตรวัดการกระจายสัมพัทธ์มีหลายชนิด ได้แก่

1. **สัมประสัทธิ์ของพิสัย** $= \frac{1}{2}\left(\frac{\text{พิสัย}}{\text{ค่ากึ่งกลางพิสัย}}\right)$

$$= \frac{\text{ค่าสูงสุด} - \text{ค่าต่ำสุด}}{\text{ค่าสูงสุด} + \text{ค่าต่ำสุด}}$$

2. **สัมประสิทธิ์ของค่าเบี่ยงเบนควอร์ไทล์** $= \frac{\text{ค่าเบี่ยงเบนควอร์ไทล์}}{\text{ค่ากึ่งกลางพิสัยควอร์ไทล์}}$

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

3. **สัมประสิทธิ์ของค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย** $= \frac{\text{ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย}}{\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต}}$

$$= \frac{MD}{\bar{x}}$$

4. **สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน** $= \frac{\text{ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน}}{\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต}}$

$$CV = \frac{S}{\bar{x}}$$

CV เป็นมาตรวัดการกระจายสัมพัทธ์ที่นิยมใช้มากที่สุดและอาจเขียนในรูปเปอร์เซ็นต์โดยคูณด้วย 100

3. สมบัติของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานและความแปรปรวน

1. **ความแปรปรวนรวม** ถ้าข้อมูล 2 ชุด ประกอบด้วยค่าของตัวแปรเดียวกัน n_1 และ n_2 ค่า โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากับ S_1^2 และ S_2^2 ตามลำดับ แล้วความแปรปรวนรวมของข้อมูล 2 ชุดนี้หาได้จากสูตร

$$S^2 = \frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2}$$

ในกรณีที่ $n_1 = n_2$ จะได้ว่า

$$S^2 = \frac{S_1^2 + S_2^2}{2}$$

2. การบวกทุกค่าของข้อมูลด้วยค่าคงตัว ข้อมูลชุดใหม่จะมีความแปรปรวนเท่ากับข้อมูลชุดเดิม แต่ถ้าคูณทุกค่าของข้อมูลด้วยค่าคงตัว แล้วข้อมูลชุดใหม่จะมีความแปรปรวนเท่ากับความแปรปรวนของข้อมูลชุดเดิมคูณด้วยกำลังสองของค่าคงตัวที่ใช้คูณแต่ละค่าของข้อมูล นั่นคือ ถ้า $y_i = ax_i + b$; $i = 1, 2, \ldots, n$ แล้วความแปรปรวน S_y^2 ของข้อมูล y_i หาได้จากความแปรปรวน S_x^2 ของข้อมูล x_i โดยใช้สูตรต่อไปนี้

$$S_y^2 = a^2 S_x^2$$

และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน S_y ของข้อมูล y_i หาได้จากค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน S_x ของข้อมูล x_i โดยใช้สูตรต่อไปนี้

$$S_y = |a| S_x$$

แบบทดสอบ

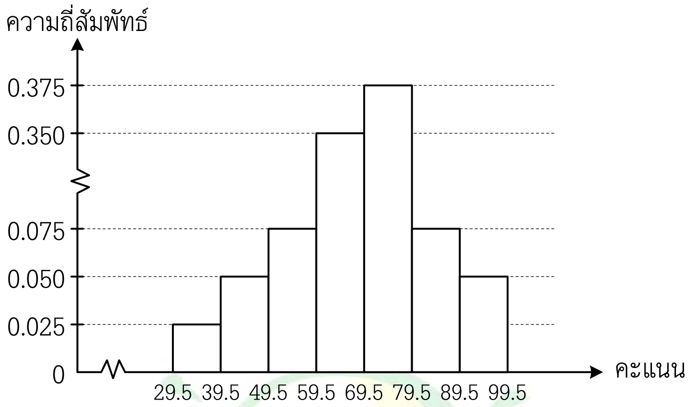
1. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, \ldots, x_{13}$ โดยที่ $x_n = |5 - n|$ เมื่อ $n = 1, 2, \ldots, 13$ จำนวนจริง a ที่ทำให้ $\sum_{n=1}^{13} |x_n - a|$ มีค่าน้อยที่สุดเท่าใด **(ตอบ 3)**

2. กำหนดตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบวิชาสถิติที่เป็นจำนวนเต็มของนักเรียน 40 คน ดังนี้ เมื่อสุ่มเลือกนักเรียนกลุ่มนี้มา 1 คน ได้ว่าความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้ได้คะแนนน้อยกว่า 70 คะแนน มีค่าเท่ากับ 0.30 มัธยฐานของคะแนนชุดนี้เท่ากับข้อใด

คะแนน	จำนวนนักเรียน
60-64	4
65-69	A
70-74	10
75-79	B
80-84	7

1) 71.50 *2) 73.50 3) 73.75 4) 74.50

3. กำหนดฮิสโทแกรมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 80 คน ดังนี้



ข้อใด**ถูก**

1) นักเรียนที่สอบได้คะแนนระหว่าง 50–79 มีจำนวนมากกว่านักเรียนที่สอบได้คะแนน 90 คะแนนขึ้นไป จำนวน 50 คน
2) นักเรียนที่สอบได้คะแนน 90 คะแนนขึ้นไปมีร้อยละ 10 ของนักเรียนทั้งหมด
*3) ควอร์ไทล์ที่หนึ่งของคะแนนสอบมีค่าอยู่ระหว่าง 60–69 คะแนน
4) ควอร์ไทล์ที่หนึ่งของคะแนนสอบมีค่าอยู่ระหว่าง 80–89 คะแนน

4. ให้ $x_1, x_2, \dots, x_5$ เป็นข้อมูลชุดหนึ่งซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6 ถ้า $\sum_{i=1}^{5}(x_i - 4)^2 = 30$ แล้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใด

*1) $\sqrt{2}$ 2) 2 3) $\sqrt{6}$ 4) $2\sqrt{2}$

5. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นหนึ่งซึ่งมี 2 ห้อง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมเท่ากับ 54 คะแนน โดยที่ห้อง ก และห้อง ข มีนักเรียน 30 คน และ 20 คน ตามลำดับ ถ้าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้อง ก เท่ากับ 50 คะแนน เมื่อแยกพิจารณาผลสอบแต่ละห้องพบว่านักเรียนห้อง ก ผู้ที่ได้คะแนน 55 คิดเป็นค่ามาตรฐาน 1.0 เท่ากับมาตรฐานของนักเรียนห้อง ข ผู้ที่ได้คะแนน 66

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ความแปรปรวนของคะแนนของนักเรียนห้อง ก เท่ากับ 25
ข. สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนของนักเรียนห้อง ก มากกว่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนห้อง ข

ข้อใด**ถูก**

*1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

6. ถ้า 20, $x_2, \dots, x_{25}$ เป็นข้อมูลที่เรียงจากน้อยไปมาก และเป็นลำดับเลขคณิต และควอร์ไทล์ที่ 1 ของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 31 แล้วส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใด

1) 6.24 2) 10.28 *3) 12.48 4) 24.96

7. ในการสำรวจน้ำหนักตัวของนักเรียน 200 คน มีการแจกแจงความถี่ดังนี้

น้ำหนักตัว	**ความถี่**
19–22	20
23–26	60
27–30	30
31–34	40
35–38	50

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. น้ำหนักตัวของนักเรียน 200 คนนี้มีฐานนิยมมากกว่ามัธยฐาน

ข. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของน้ำหนักตัวของนักเรียน 200 คนนี้เท่ากับ 0.15

ข้อใด**ถูก**

1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก *4) ก. และ ข. ผิด

8. โรงงานแห่งหนึ่งคัดเลือกคนงานจากผู้สมัครเข้าทำงานทั้งหมด โดยมีเงื่อนไขว่าผู้ที่จะได้รับพิจารณาคัดเลือกเข้าทำงานต้องมีค่ามาตรฐานของอายุไม่น้อยกว่า 1.5 และไม่เกิน 3.5 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตและความแปรปรวนของอายุของผู้สมัครทั้งหมดคือ 23 ปีและ a (ปี)^2 ตามลำดับ และถ้านำค่ามาตรฐานของอายุของผู้สมัครทั้งหมดมาหาความแปรปรวนได้ความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{a}{4}$ แล้วผู้สมัครที่อยู่ในข่ายที่จะได้รับการคัดเลือกเข้าทำงานจะต้องมีอายุตามข้อใด

1) ไม่น้อยกว่า 26 ปี และไม่เกิน 37 ปี 2) ไม่น้อยกว่า 29 ปี และไม่เกิน 37 ปี

*3) ไม่น้อยกว่า 26 ปี และไม่เกิน 30 ปี 4) ไม่น้อยกว่า 29 ปี และไม่เกิน 30 ปี

9. กำหนดตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งดังนี้ ถ้าควอร์ไทล์ที่หนึ่ง (Q_1) เท่ากับ 18.5 คะแนน แล้วมัธยฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องนี้เท่ากับเท่าใด **(ตอบ 24.5)**

คะแนน	**ความถี่**
16–18	a
19–21	2
22–24	3
25–27	6
28–30	4

10. ในการสอบครั้งหนึ่งมีผู้เข้าสอบจำนวนหนึ่งซึ่งมีนายคณิตและนายวิทยารวมอยู่ด้วย โดยที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของผลการสอบเท่ากับ 60 คะแนน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันเท่ากับ 0.25 นายคณิตสอบได้มากกว่านายวิทยา 9 คะแนน และผลบวกของค่ามาตรฐานของคะแนนของคนทั้งสองเท่ากับ 1.5

ให้ A = ค่ามาตรฐานของคะแนนของนายคณิต และ B = คะแนนของนายวิทยา แล้ว A และ B มีค่าเท่าใด

1) A = 0.45, B = 65.75 2) A = 0.45, B = 66

*3) A = 1.05, B = 66.75 4) A = 1.05, B = 68

การแจกแจงปกติ

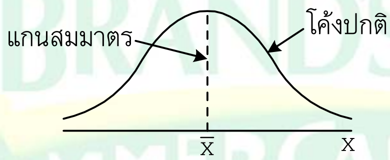
1. ตัวแปรสุ่มปกติ และการแจกแจงปกติ

1. ตัวแปรสุ่ม คือ สมบัติเชิงตัวเลขที่สนใจของหน่วยต่างๆ ที่ใช้ศึกษาเกี่ยวกับเรื่องที่สนใจ สมบัติดังกล่าวนี้ของแต่ละหน่วยอาจเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้ แต่ละหน่วยจึงมีค่าของตัวแปรที่สนใจได้แตกต่างกัน เช่น สมมติว่าเราต้องการศึกษาเกี่ยวกับค่าใช้จ่ายในการเรียนกวดวิชาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 5 ทุกคนในกรุงเทพมหานคร และปริมณฑล หน่วยต่างๆ ที่ใช้ศึกษาคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในกรุงเทพมหานครและปริมณฑล (อาจเลือกมาศึกษาจำนวนหนึ่งแทนจำนวนทั้งหมด) ตัวแปรที่สนใจคือค่าใช้จ่ายในการเรียนกวดวิชาของนักเรียนแต่ละคนที่อาจมีค่าแตกต่างกัน

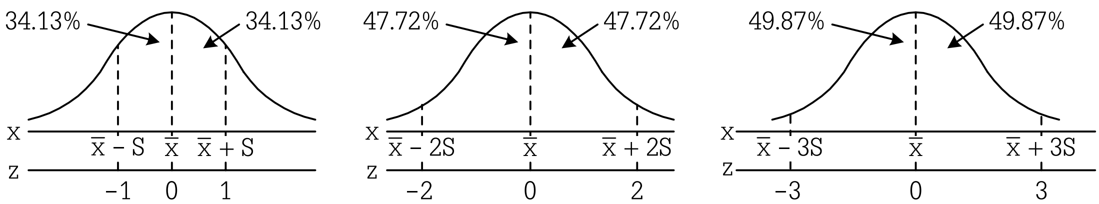
2. ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงความถี่ (หรือการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์) ที่มีลักษณะสมมาตรคล้ายระฆังคว่ำมีอยู่มากมายในธรรมชาติ และกระบวนการผลิต เช่น น้ำหนัก ความสูง คะแนนเชาวน์ปัญญา ขนาดบรรจุของสินค้า ความทนต่อแรงดึงของสายเคเบิล และอื่นๆ **ตัวแปรสุ่มปกติ** จะเป็นตัวแปรสุ่มรูปแบบหนึ่งที่มีลักษณะดังกล่าว การแจกแจงความถี่หรือความถี่สัมพัทธ์ของตัวแปรสุ่มปกติ เรียกว่า **การแจกแจงปกติ** และเส้นโค้งของการแจก-แจงเรียกว่า **เส้นโค้งปกติ** มีลักษณะสมมาตรคล้ายระฆังคว่ำ

3. สมบัติของการแจกแจงปกติ ให้ x เป็นตัวแปรสุ่มปกติที่มีค่าเฉลี่ย $\bar{x}$ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน S

1. เส้นโค้งของการแจกแจงความถี่หรือความถี่สัมพัทธ์ของ x เป็นโค้งสมมาตรคล้ายระฆังคว่ำ เรียกว่า **โค้งปกติ** แกนสมมาตรตั้งอยู่บนค่าเฉลี่ย $\bar{x}$

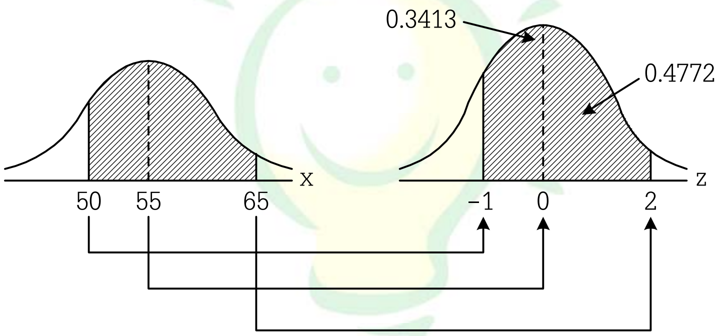


2. สำหรับข้อมูลของตัวแปร x ที่มีการแจกแจงปกติ
   ค่าที่สังเกตได้ประมาณ 68.26% มีค่าอยู่ในช่วง $[\bar{x} - S, \bar{x} + S]$
   ค่าที่สังเกตได้ประมาณ 95.44% มีค่าอยู่ในช่วง $[\bar{x} - 2S, \bar{x} + 2S]$
   ค่าที่สังเกตได้เกือบทั้งหมด (99.74%) มีค่าอยู่ในช่วง $[\bar{x} - 3S, \bar{x} + 3S]$



4. ตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน และการแจกแจงปกติมาตรฐาน ตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน คือ ตัวแปรสุ่มปกติที่มีค่าเฉลี่ย $\bar{x} = 0$ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน $S = 1$ นิยมใช้ z แทนตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ของตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน เรียกว่า **การแจกแจงปกติมาตรฐาน**

ตัวแปรสุ่มปกติ x ใดๆ ที่มีค่าเฉลี่ย $\bar{x}$ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน S สามารถแปลงเป็นตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน Z ได้โดยใช้สูตร $Z = \frac{x - \bar{x}}{S}$ พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานเท่ากับ 1 (หรือ 100%) ดังนั้นพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานบนช่วง [a, b] ใดๆ จึงอาจแปลความหมายเป็นปริมาณของค่าที่สังเกตได้ของข้อมูลที่มีค่ามาตรฐานอยู่บนช่วง [a, b] เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย $\bar{x} = 55$ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน $S = 5$ แล้วค่าที่สังเกตได้ x บนช่วง $50 \le x \le 65$ มีปริมาณเท่ากับพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานบนช่วง $-1 \le Z \le 2$ ซึ่งอ่านจากตารางได้ 0.3413 + 0.4772 = 0.8185 หรือ 81.85% ของจำนวนค่าที่สังเกตได้ทั้งหมดของข้อมูล



การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างตัวแปร

สำหรับข้อมูลซึ่งประกอบด้วยค่าของตัวแปร 2 ตัว เช่น x และ y เราอาจสนใจที่จะศึกษารูปแบบของความสัมพันธ์ว่าตัวแปรตัวหนึ่งเช่น y มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอีกตัวหนึ่งเช่น x อย่างไร ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอาจมีรูปแบบเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นหรือไม่เชิงเส้นก็ได้ ในที่นี้จะทบทวนเฉพาะความสัมพันธ์ในรูปแบบฟังก์ชันเชิงเส้นเท่านั้น

สมมุติว่าเรามีข้อมูล $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ และเราต้องการหาสมการของความสัมพันธ์ในรูปแบบฟังก์ชันเชิงเส้น $y = mx + c$ ที่เหมาะสม (fit) กับข้อมูลมากที่สุด สิ่งที่จะต้องหาคือค่าของ m และ c ซึ่งคำนวณจากข้อมูลที่มีอยู่โดยใช้สมการปกติ

$$1.\quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_i = m\sum_{i=1}^{n} x_i + nc \\ \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = m\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + c\sum_{i=1}^{n} x_i \end{cases}$$

หรือจะคำนวณ m และ c จากสูตรต่อไปนี้เลยก็ได้ (ซึ่งก็ได้จากการแก้สมการปกตินั่นเอง)

2. $$\begin{cases} m = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{n(\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \\ c = \bar{y} - m\bar{x} \end{cases}$$

ถ้าเป็นข้อมูลอนุกรมเวลา (ค่าของตัวแปร y ที่เก็บรวบรวมตามลำดับเวลา โดยมีระยะห่างในการจัดเก็บเท่ากันทุกงวด) ให้คิดเสมือนว่าเป็นข้อมูล (x_i, y_i) เมื่อ x_i แทนเวลาที่เก็บค่าของ y ในงวดที่ i ถ้าเรากำหนดค่าของ x_i แทนเวลาในลักษณะที่ทำให้ $\sum_{i=1}^{n} x_i = 0$ จะทำให้เราสามารถคำนวณค่าของ m และ c ในสมการ $y = mx + c$ ได้ง่ายขึ้น ดังนี้

3. $$\begin{cases} m = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \\ c = \bar{y} \end{cases}$$

การกำหนดค่าของ x_i แทนเวลาเมื่อต้องการให้ $\sum_{i=1}^{n} x_i$ มีวิธีการดังนี้

กรณีที่ 1 จำนวนงวดเวลา (n) เป็นจำนวนคี่

ให้ x = 0 แทนงวดเวลาตรงกลาง และให้ x มีค่าต่างกัน 1 สำหรับงวดเวลาที่อยู่ติดกัน เช่น ถ้ามีข้อมูล y จำนวน 9 ปี (งวด) งวดที่ 5 เป็นงวดตรงกลาง แทนด้วย x = 0

ปี พ.ศ.	2540	2541	2542	2543	2544	2545	2546	2547	2548
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

กรณีที่ 2 จำนวนงวดเวลา (n) เป็นจำนวนคู่

ให้ x = -1 และ 1 แทนงวดเวลาตรงกลาง 2 งวด และให้ x มีค่าต่างกัน 2 สำหรับงวดเวลาที่อยู่ติดกัน เช่น ถ้ามีข้อมูล y จำนวน 8 ปี (งวด) งวดที่ 4 และงวดที่ 5 เป็นงวดตรงกลางแทนด้วย x = -1 และ 1 ตามลำดับ

ปี พ.ศ.	2540	2541	2542	2543	2544	2545	2546	2547
x	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7

แบบทดสอบ

1. กำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง z = 0 ถึง z = 1 เท่ากับ 0.3413 ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งซึ่งมีจำนวน 20000 คน มีการแจกแจงปกติแล้วจำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนซึ่งต่างจากคะแนนเฉลี่ยมากกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับข้อใด

   1) 3413 *2) 6348 3) 6824 4) 13652

2. อายุของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติที่มีความแปรปรวนเท่ากับ 4 และมีนักเรียนจำนวน 50.4% ที่มีอายุไม่เกิน 14 ปี เมื่อพิจารณาอายุของนักเรียนห้องนี้ในอีก 2 ปีข้างหน้า และให้ a แทนตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ของนักเรียนที่อายุ 16 ปี ให้ b แทนจำนวนเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่มีอายุ (ปี) อยู่ในช่วง [14, 16] แล้ว a และ b มีค่าเท่ากับเท่าใด

   กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ระหว่าง 0 และ z ดังนี้

Z	0.01	0.99	1.01	2.65
A	0.004	0.3389	0.3438	0.496

   1) a = 50.4, b = 33.78% * 2) a = 50.4, b = 34.29%

   3) a = 99.6, b = 33.78% 4) a = 99.6, b = 34.29%

3. ในการสอบวิชาหนึ่งมีนักเรียนสอบ 2 ห้อง คือ ห้อง ก และห้อง ข พบว่าคะแนนสอบของทั้ง 2 ห้องมีการแจกแจงปกติ โดยมีมัธยฐานเท่ากัน และเท่ากับ a สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนของนักเรียนห้อง ก และห้อง ข เท่ากับ c และ $c + \frac{5}{a}$ ตามลำดับ ถ้าในการสอบครั้งนี้ เด็กหญิงสดใสซึ่งอยู่ห้อง ก และเด็กหญิงสมรซึ่งอยู่ห้อง ข ทำคะแนนได้ในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 78.81 ทั้งคู่แล้วเด็กหญิงสมรได้คะแนนมากกว่าเด็กหญิงสดใสกี่คะแนน

   กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ระหว่าง 0 และ z ดังนี้

Z	0.70	0.80	0.90
A	0.2580	0.2881	0.3159

   1) 5 *2) 4 3) 3.5 4) 2

4. การแจกแจงความสูงของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ ถ้านักเรียนที่มีความสูงมากกว่า 149.4 เซนติเมตร มีอยู่ 3% และนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่าฐานนิยมแต่มากกว่า 136.5 เซนติเมตร มีอยู่ 25.8% แล้วฐานนิยม และความแปรปรวนของความสูงของนักเรียนกลุ่มนี้มีค่าเท่าใด ตามลำดับ

   กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ดังนี้

Z	0.3	0.7	1.49	1.88
พื้นที่	0.1179	0.2580	0.4319	0.4700

1) 144.4 และ 5 2) 144.4 และ 25 3) 140 และ 5 *4) 140 และ 25

5. จากรายการ ซ่อมแซมเครื่องซักผ้า 6 เครื่อง ปรากฏผลดังนี้

เครื่องซักผ้าเครื่องที่	1	2	3	4	5	6
จำนวนปีที่ใช้งาน : X	1	2	3	2	1	3
ค่าซ่อมแซมต่อปี : Y (ร้อยบาท)	4	7	10	8	3	10

สมการที่ใช้แทนความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันสำหรับการประมาณค่าซ่อมแซมจากจำนวนปีที่ใช้คือข้อใด

*1) Y = 3.25X + 0.5 2) Y = 3.5 X + 0.5 3) Y = 3.5X + 0.75 4) Y = 3.75X + 0.25

6. ถ้านำปริมาณข้าวกล้องที่ร้านค้าแห่งหนึ่งขายได้รายปีตั้งแต่ปี พ.ศ. 2537 ถึงปี พ.ศ. 2546 (y) (หน่วยเป็นกิโลกรัม) มาสร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันกับช่วงเวลา (x) โดยกำหนดให้ปี พ.ศ. 2541 และ 2542 มีค่า x = -1 และ 1 ตามลำดับ แล้วได้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของปริมาณข้าวกล้องที่ร้านค้าแห่งนี้ขายได้โดยประมาณ คือ $y = 192 + cx$

ถ้าทำนายโดยใช้ความสัมพันธ์นี้ ปรากฏว่าปริมาณข้าวกล้องที่ร้านค้าแห่งนี้ขายได้ในปี พ.ศ. 2547 โดยประมาณเท่ากับ 316.3 กิโลกรัม แล้วในปี พ.ศ. 2548 จะทำนายว่าปริมาณข้าวกล้องที่ร้านค้าแห่งนี้ขายได้โดยประมาณเท่ากับเท่าใด **(ตอบ 338.9)**

7. ในการศึกษาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของปริมาณนมโดยเฉลี่ย(ลิตร)ที่เด็กแต่ละคนในตำบลหนึ่งบริโภคต่อปี(y) ระหว่างปี พ.ศ. 2538-2545 พบว่าเมื่อเปลี่ยนช่วงเวลาให้อยู่ในรูปค่าของ x ดังนี้

พ.ศ.	2538	2539	2540	2541	2542	2543	2544	2545
x	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7

จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง) เป็น $y = 0.54x + 38.85$

ถ้าใช้ความสัมพันธ์นี้ทำนายปริมาณนมโดยเฉลี่ยที่เด็กแต่ละคนในตำบลนี้บริโภคใน พ.ศ. 2547 แล้ว จะได้ว่าปริมาณนมโดยเฉลี่ยที่เด็กแต่ละคนบริโภคโดยประมาณเท่ากับเท่าใด **(ตอบ 44.79)**

8. จากการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างยอดขาย (y) (หน่วยเป็นหมื่นบาท) ของพนักงานขายประกันในบริษัทประกันภัยแห่งหนึ่งกับประสบการณ์การขาย (x) (หน่วยเป็นปี) ของพนักงานขายโดยเก็บข้อมูลจากพนักงานขายประกัน 8 คน ได้ข้อมูลดังนี้

$$\sum_{i=1}^{8} x_i = 48, \quad \sum_{i=1}^{8} y_i = 41, \quad \sum_{i=1}^{8} x_i y_i = 286, \quad \sum_{i=1}^{8} x_i^2 = 348$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าพนักงานขายประกันคนหนึ่งมีประสบการณ์ขาย 6 ปี ยอดขายโดยประมาณของพนักงานคนนี้เท่ากับ 51,250 บาท

ข. ประสบการณ์ในการขายเพิ่มขึ้น 1 ปี ทำให้ยอดขายประกันเพิ่มขึ้น 11,250 บาท

ข้อใด**ถูก**

1) ก. และ ข. ถูก *2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧