วิชา

คณิตศาสตร์ 2 (A NET)

โดย พศ.วัลลภ เฉลิมสุวิวัฒนาการ
มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย

เซต

1. เซตและความสัมพันธ์ระหว่างเซต

1. เซต คือ กลุ่มของสิ่งต่างๆ ซึ่งอธิบายอย่างชัดเจน ตัดสินได้ว่าสิ่งใดอยู่หรือไม่อยู่ในเซต สิ่งที่อยู่ในเซตเรียกว่า **สมาชิก**ของเซต โดยทั่วไปแทนเซตด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C, ... และแทนสมาชิกของเซตที่ยังไม่เจาะจงว่าคืออะไรด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก เช่น a, b, c

2. สมาชิกของเซตเป็นจำนวนหรือสิ่งใดก็ได้ เป็นเซตก็ได้ ใช้สัญลักษณ์ $\in$ แทนวลี “เป็นสมาชิกของ” และใช้ $\notin$ แทน “ไม่เป็นสมาชิกของ” เช่น ถ้า $A = \{3, 4, \{5, 6\}\}$ มีสมาชิก 3 ตัว เป็นจำนวน 2 ตัว คือ 3 และ 4 และเป็นเซตอีก 1 เซต คือ $\{5, 6\}$ สังเกตว่า 5 และ 6 ไม่ใช่สมาชิกของ A

3. เซตที่เท่ากัน A และ B เป็นเซตที่เท่ากันก็ต่อเมื่อ A และ B มีสมาชิกเหมือนกัน เช่น $\{3, 4\} = \{4, 3\}$ แต่ $\{3, 4, 5\} \neq \{3, 4\}$ และ $\{3, 4\} \neq \{\{3, 4\}\}$

4. เซตจำกัด คือ เซตที่ระบุได้ว่ามีสมาชิกกี่ตัว เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด เรียกว่า **เซตอนันต์** เซตอนันต์มีจำนวนสมาชิกมากมายนับไม่ถ้วน

5. เซตว่าง คือ เซตจำกัดที่ไม่มีสมาชิกเลย แทนด้วย ϕ หรือ $\{\ \}$

6. สับเซต A เป็นสับเซตของ B หมายความว่า สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B เขียนแทนด้วย $A \subset B$ ถ้ามีสมาชิกของ C ที่ไม่ใช่สมาชิกของ D แล้ว C ไม่เป็นสับเซตของ D เขียนแทนด้วย $C \not\subset D$

ถ้า $A \subset B$ แล้ว A อาจเท่ากับ B ก็ได้ สับเซตของ A ที่เท่ากับ A เรียกว่า **สับเซตไม่แท้**ของ A สับเซตของ A ที่ไม่เท่ากับ A เรียกว่า **สับเซตแท้**ของ A

สมบัติที่ควรทราบ

1. เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง
2. เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต
3. $A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $B \subset A$

7. เพาเวอร์เซตของ A คือ เซตที่ประกอบด้วยสับเซตทั้งหมดของ A เขียนแทนด้วย P(A) ถ้าถามว่า $B \in P(A)$ หรือไม่ ก็ให้ดูว่า $B \subset A$ หรือไม่ ถ้า $B \subset A$ แล้ว $B \in P(A)$

สมบัติที่ควรทราบ

ถ้า A เป็นเซตจำกัดและมีสมาชิก k ตัว แล้ว A มีสับเซตทั้งหมด 2^k เซต ดังนั้น P(A) มีสมาชิก 2^k ตัว

2. การดำเนินการของเซต

การดำเนินการ	สัญลักษณ์	ความหมาย
ยูเนียน	$A \cup B$	$A \cup B$ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของ A หรือสมาชิกของ B $A \cup B = \{x \mid x \in A$ หรือ $x \in B\}$ เมื่อกล่าวว่า $x \in A \cup B$ หมายความว่า $x \in A$ อย่างเดียว หรือ $x \in B$ อย่างเดียว หรือ x เป็นสมาชิกของทั้ง A และ B
อินเตอร์เซกชัน	$A \cap B$	$A \cap B$ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เหมือนกันของ A และ B $A \cap B = \{x \mid x \in A$ และ $x \in B\}$ เมื่อกล่าวว่า $x \in A \cap B$ หมายความว่า x เป็นทั้งสมาชิกของ A และของ B
คอมพลีเมนต์	A'	A' คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ที่ไม่อยู่ใน A $A' = \{x \mid x \notin A\}$ เมื่อกล่าวว่า $x \in A'$ หมายความว่า $x \notin A$
ผลต่าง	$A-B$	$A-B$ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของ A ที่ไม่ได้อยู่ใน B $A-B = \{x \mid x \in A$ และ $x \notin B\}$ เมื่อกล่าวว่า $x \in (A-B)$ หมายความว่า $x \in A$ แต่ $x \notin B$ สังเกตว่า $A-B = A \cap B'$

สมบัติที่ควรทราบ (เพิ่มเติม)

1. $\phi' = U$ และ $U' = \phi$
2. $(A')' = A$
3. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ และ $(A \cap B)' = A' \cup B'$
4. $A \subset B \Leftrightarrow B' \subset A' \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B$

3. การนับจำนวนสมาชิกของเซต

1. ถ้า A เป็นเซตจำกัด แล้วเราใช้ n(A) แทนจำนวนสมาชิกของ A การนับจำนวนสมาชิกของ $A \cup B$ และ $A \cup B \cup C$ ใช้สูตรต่อไปนี้

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

2. การนับจำนวนสมาชิกของ U ที่ไม่อยู่ใน A ใช้สูตร

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

แบบทดสอบ

1. สำหรับเซต A และ B ใดๆ ข้อใด**ผิด**

1) ถ้า $A \cap B = \phi$ แล้ว $A \subset B'$ และ $B \subset A'$ 2) $A - (A \cap B) = A - B$

*3) $(A \cup B) - A = B$ 4) ถ้า $A \cap B = A$ แล้ว $A \subset B$

2. ถ้า $A = \{1, 2, 3, \ldots, 9\}$ และ $S = \{B \mid B \subset A$ และ $(1 \in B$ หรือ $9 \in B)\}$ แล้วจำนวนสมาชิกของ S เท่ากับเท่าใด **(ตอบ 384)**

3. สำหรับเซต X ใดๆ ให้ n(X) แทนจำนวนสมาชิกของเซต X
กำหนดให้ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ที่มีสมาชิก 240 ตัว และ A, B, C เป็นเซตที่มีสมบัติดังนี้

$n(A) = 5x,\ n(B) = 5x,\ n(C) = 4x$

$n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C) = y$

$n(A \cap B \cap C) = x,\ n[(A \cup B \cup C)'] = 60$

ถ้า $y - x = 20$ แล้ว x เป็นจริงตามข้อใด

*1) $18 \le x < 21$ 2) $21 \le x < 24$ 3) $24 \le x < 27$ 4) $27 \le x < 30$

4. กำหนดให้ A, B เป็นเซตซึ่ง $n(A) = a$, $n(B) = b$ ถ้า $n[(A - B) \cup (B - A)] = 7$ และ $n(A \times B) = 40$ แล้ว $n(\{C \mid C \subset A \cup B$ และ $n(C) \le 2\})$ เท่ากับเท่าใด **(ตอบ 56)**

5. ให้ A, B และ C เป็นเซตซึ่ง $n(A \cup B) = 16$, $n(A) = 8$, $n(B) = 14$, $n(C) = 5$ และ $n(A \cap B \cap C) = 2$ ค่าสูงสุดของ $n((A \cap B) \times (C - A))$ ที่เป็นไปได้เท่ากับข้อใด

1) 6 2) 12 *3) 18 4) 24

6. สำหรับเซต X ใดๆ ให้ P(X) แทนเพาเวอร์เซตของ X และ n(X) แทนจำนวนสมาชิกของ X ถ้า A และ B เป็นเซตซึ่ง $n(P(A \cap B)) = 4$ และ $n((A \cap B) \times (A \cup B)) = 12$ แล้ว $n(P(A \cup B) - P((A - B) \cup (B - A)))$ เท่ากับเท่าใด

1) 16 2) 32 *3) 48 4) 56

7. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซต $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และ A, B, C เป็นเซตซึ่งมีเงื่อนไขว่า

$n(A) = n(B) = n(C) = 3$ และ $n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C) = 2$

ถ้า $A \cup B \cup C = U$ แล้วข้อใด**ผิด**

1) $n(A \cup B) = 4$ 2) $n(A \cup (B \cap C)) = 3$

3) $n(A \cap (B \cup C)) = 2$ *4) $n(A \cap B \cap C) = 1$

8. ให้ A, B, C เป็นเซตที่มีสมาชิก เซตละ 2 ตัว และ $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$ โดยที่ $A \cup B \cup C = \{a, b, c, d\}$ ถ้า $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \phi$ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $d \in A$ ข. $B = C$

ข้อใดเป็น**จริง**

*1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

9. กำหนดให้ A, B, C เป็นเซต ถ้า $n(B) = 42$, $n(C) = 28$, $n(A \cap C) = 8$, $n(A \cap B \cap C) = 3$, $n(A \cap B \cap C') = 2$, $n(A \cap B' \cap C') = 20$ และ $n(A \cup B \cup C) = 80$ แล้ว $n(A' \cap B \cap C)$ เท่ากับข้อใด

1) 5 *2) 7 3) 10 4) 13

10. กำหนดให้ A, B, C เป็นเซต โดยที่ $A \cap B \subset B \cap C$ ถ้า $n(A) = 25$, $n(C) = 23$, $n(B \cap C) = 7$, $n(A \cap C) = 10$ และ $n(A \cup B \cup C) = 49$ แล้ว $n(B)$ เท่ากับข้อใด

1) 11 2) 14 3) 15 *4) 18

ระบบจำนวนจริง

1. การแยกตัวประกอบ

เครื่องมือสำคัญอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการและอสมการคือ การแยกตัวประกอบ นักเรียนควรคุ้นเคยกับสูตรต่างๆ เหล่านี้

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$
$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$
$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

2. สมการกำลังสอง

1. **สมการกำลังสอง** คือ สมการในรูปแบบ $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$

2. **วิธีแก้สมการกำลังสอง** มี 4 วิธี

1. **วิธีแยกตัวประกอบ** ถ้าพหุนาม $ax^2 + bx + c$ มีตัวประกอบเชิงเส้นที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนตรรกยะก็ให้แยกตัวประกอบของ $ax^2 + bx + c$ แล้วใช้สมบัติของตัวประกอบศูนย์ซึ่งกล่าวว่า $AB = 0$ ถ้า $A = 0$ หรือ $B = 0$

2. **ใช้สมบัติของรากที่สอง** ถ้าสมการอยู่ในรูปแบบ $A^2 = b$ เมื่อ b เป็นค่าคงตัวแล้วคำตอบของสมการคือ $A = \sqrt{b}$ หรือ $A = -\sqrt{b}$ และอาจเขียนรวบรัดเป็น $A = \pm\sqrt{b}$

3. **วิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์**

ขั้นที่ 1 เขียนสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ในรูปแบบ

$$x^2 + px = q$$

ขั้นที่ 2 บวก $\left(\frac{p}{2}\right)^2 = \frac{p^2}{4}$ ทั้งสองข้าง ;

$$x^2 + px + \frac{p^2}{4} = q + \frac{p^2}{4}$$

ขั้นที่ 3 เขียนข้างซ้ายของสมการเป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = q + \frac{p^2}{4}$$

แล้วใช้สมบัติของรากที่สองจะได้

$$x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{q + \frac{p^2}{4}}$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm\sqrt{q + \frac{p^2}{4}}$$

4. **ใช้สูตรกำลังสอง** คำตอบของ $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ หาได้จากสูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. **ในสูตรกำลังสอง** นิพจน์ $b^2 - 4ac$ เรียกว่า **ดิสคริมิแนนต์** เครื่องหมายของมันบอกได้ว่าสมการมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงหรือไม่ ถ้ามี มีกี่คำตอบ

เครื่องหมายของดิสคริมิแนนต์	จำนวนและชนิดของคำตอบ
บวก	คำตอบเป็นจำนวนจริง 2 จำนวน
ศูนย์	คำตอบเป็นจำนวนจริง 1 จำนวน
ลบ	คำตอบเป็นจำนวนเชิงซ้อน 2 จำนวน

3. สมการพหุนาม ทฤษฎีบทรากตรรกยะ และทฤษฎีบทเศษเหลือ

1. **ฟังก์ชันพหุนาม** คือ ฟังก์ชันที่สามารถเขียนในรูปแบบ $p(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$ เมื่อ $a_n, a_{n-1}, \ldots , a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง และ $a_n \neq 0$ ถ้า x_0 เป็นจำนวนซึ่งทำให้ $p(x_0) = 0$ แล้วเรียก x_0 ว่า**ราก**ของพหุนาม $p(x)$ หรือ**คำตอบ**ของสมการพหุนาม $p(x) = 0$

2. **ทฤษฎีบทรากตรรกยะ** ถ้าสมการพหุนาม $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0 = 0$ มีรากเป็นจำนวนตรรกยะซึ่งเขียนในรูปแบบเศษส่วนอย่างต่ำได้เป็น $\frac{r}{s}$ แล้ว r ต้องหาร a_0 ลงตัว และ s ต้องหาร a_n ลงตัว

3. **ทฤษฎีบทเศษเหลือ** ให้ $p(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$, $a_n \neq 0$ ถ้าหาร p(x) ด้วย $x - c$ แล้วจะได้เศษเหลือเท่ากับ $p(c)$

ทฤษฎีบทอื่นๆ เกี่ยวกับรากของสมการพหุนาม นักเรียนจะได้ศึกษาเพิ่มเติมในเรื่องจำนวนเชิงซ้อน

4. กรณฑ์ และสมการที่มีกรณฑ์

1. **สำหรับจำนวนนับ n** ที่มากกว่า 1 และ x เป็นจำนวนจริง **กรณฑ์ที่ n ของ x** เขียนแทนด้วย $\sqrt[n]{x}$ มีบทนิยามดังนี้ $\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$ ถ้า $x^{1/n}$ เป็นจำนวนจริง ถ้า n = 2 นิยมเขียน $\sqrt{x}$ แทน $\sqrt[2]{x}$

2. **สมบัติของกรณฑ์**ที่ควรทราบมีดังนี้

1. $(\sqrt[n]{x})^n = x$ ถ้า $\sqrt[n]{x}$ เป็นจำนวนจริง

2. $\sqrt[n]{x^n} = x$ ถ้า $x \geq 0$

$\sqrt[n]{x^n} = x$ ถ้า $x < 0$ และ n เป็นจำนวนคี่

$\sqrt[n]{x^n} = |x|$ ถ้า $x < 0$ และ n เป็นจำนวนคู่

3. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b}$

4. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[mn]{x}$

5. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

3. การเปลี่ยนรูปนิพจน์ระหว่างกรณฑ์กับเลขยกกำลังใช้กฎต่อไปนี้

สำหรับจำนวนเต็มบวก m และ n โดยที่ $n > 1$ และ $x \geq 0$

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ $\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n} = (\sqrt[n]{x})^m$

4. การแก้สมการที่มีกรณฑ์ จะต้องยกกำลังทั้งสองข้างของสมการ แต่ต้องระวังว่าสมการที่เกิดขึ้นอาจมีคำตอบที่ไม่ใช่คำตอบของสมการเริ่มต้น โดยทั่วไปสมการ $a = b$ ไม่สมมูลกับสมการ $a^n = b^n$ แต่ถ้า n เป็นจำนวนคี่แล้วสมการทั้งสองจะมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเหมือนกัน ถ้า n เป็นจำนวนคู่ คำตอบทั้งหมดของ $a = b$ จะเป็นคำตอบของ $a^n = b^n$ ด้วย แต่คำตอบของ $a^n = b^n$ บางจำนวนอาจไม่ใช่คำตอบของ $a = b$ ดังนั้น การแก้สมการโดยยกกำลังคี่ทั้งสองข้างไม่ต้องกังวลว่าคำตอบของสมการใหม่จะไม่ใช่คำตอบของสมการเริ่มต้น แต่การยกกำลังคู่ แม้จะทำได้ แต่ต้องตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบของสมการเริ่มต้นด้วยหรือไม่

5. อสมการและการแก้อสมการ

1. อสมการที่สมมูลกัน หมายถึง อสมการที่มีเซตคำตอบเหมือนกัน กระบวนการแก้อสมการคือขั้นตอนการแปลงอสมการที่กำหนดให้ไปเป็นอสมการที่สมมูลกัน แต่เห็นคำตอบได้ง่ายกว่า วิธีการแปลงอสมการที่จะได้อสมการที่สมมูลกันมีหลายวิธี ได้แก่

1. การบวกและการลบ

อสมการ $a < b$, $a + c < b + c$ และ $a - c < b - c$ เป็นอสมการที่สมมูลกัน

2. การคูณและการหารด้วยจำนวนบวก

อสมการ $a < b$, $ac < bc$ และ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ เป็นอสมการที่สมมูลกัน เมื่อ $c > 0$

3. การคูณและการหารด้วยจำนวนลบ

อสมการ $a < b$, $ac > bc$ และ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ เป็นอสมการที่สมมูลกัน เมื่อ $c < 0$

วิธีการดังกล่าวนี้ใช้ได้กับอสมการทุกรูปแบบ

2. การแก้อสมการโดยใช้แผนภาพเครื่องหมาย อสมการซึ่งข้างขวาเป็น 0 และข้างซ้ายสามารถเขียนให้เป็นผลคูณหรือผลหารของตัวประกอบเชิงเส้น $(ax + b)$ หรือตัวประกอบกำลังสอง $(x^2 + b,\ b > 0)$ อาจหาคำตอบได้โดยใช้**แผนภาพเครื่องหมาย** ถ้าตัวประกอบเชิงเส้นไม่เป็น 0 บนช่วงหนึ่งแล้วมันจะเป็นบวกตลอดช่วงนั้นหรือไม่ก็เป็นลบตลอดช่วงนั้น ดังนั้นเราอาจแก้อสมการลักษณะดังกล่าวดังนี้

1. หาจุดซึ่งแต่ละตัวประกอบเป็น 0 เรียกว่า **จุดวิกฤต**
2. เขียนเส้นจำนวนและแสดงจุดวิกฤตทั้งหมด จุดวิกฤตจะแบ่งเส้นจำนวนเป็นช่วงๆ
3. ระบุเครื่องหมายของแต่ละตัวประกอบบนแต่ละช่วง แล้วใช้สมบัติเกี่ยวกับการคูณและการหาร ระบุเครื่องหมายของข้างซ้ายของอสมการ
4. เขียนคำตอบของอสมการ

ตัวอย่าง จงแก้อสมการ $x^3 < 6x - x^2$

วิธีทำ แปลงอสมการให้ข้างขวาเป็น 0 แล้วแยกตัวประกอบของข้างซ้าย

$$x^3 + x^2 - 6x < 0$$

$$x(x + 3)(x - 2) < 0$$

หาจุดวิกฤตจากแต่ละตัวประกอบได้ $x = 0$, -3 และ 2

เขียนเส้นจำนวนแสดงจุดวิกฤต -3, 0 และ 2

จุดวิกฤตแบ่งเส้นจำนวนออกเป็น 4 ช่วง ได้แก่ $(-\infty, -3)$, $(-3, 0)$, $(0, 2)$ และ $(2, \infty)$

ตัวประกอบแต่ละตัวและผลคูณ $x(x + 3)(x - 2)$ มีเครื่องหมายบนแต่ละช่วงดังนี้

−	−	+	+	x
−	+	+	+	$x + 3$
−	−	−	+	$x - 2$
−	+	−	+	$x(x + 3)(x - 2)$
	−3	0	2	

จากแผนภาพเครื่องหมาย แสดงว่า $x(x + 3)(x - 2) < 0$ เมื่อ x อยู่ในช่วง $(-\infty, -3)$ หรือ $(0, 2)$

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการคือ $(-\infty, -3) \cup (0, 2)$

ตัวอย่าง จงแก้อสมการ $\dfrac{(x-2)^{1/3}(2x+3)^4}{(x+5)^3(x^2+1)} \ge 0$

วิธีทำ เขียนเส้นจำนวนแสดงจุดวิกฤต 2, $\dfrac{-3}{2}$ และ -5 (สังเกตว่าตัวประกอบ $x^2 + 1$ ไม่มีจุดวิกฤต เพราะว่า $x^2 + 1 > 0$ เสมอ ดังนั้นตัวประกอบนี้ไม่มีผลต่อเครื่องหมายของข้างซ้ายของอสมการ จึงไม่ต้องแสดงเครื่องหมายของตัวประกอบนี้บนแผนภาพ)

+	+	+	+	$(2x + 3)^4$
−	−	−	+	$(x - 2)^{1/3}$
−	+	+	+	$(x + 5)^3$
+	−	−	+	(ข้างซ้ายของอสมการ)
	−5	$\frac{-3}{2}$	2	

สังเกตว่าตัวประกอบ $(2x + 3)^4$ มีค่าเป็นบวกเสมอยกเว้นที่ $x = \dfrac{-3}{2}$ เราจะไม่แสดงเครื่องหมายของตัวประกอบนี้บนเส้นจำนวนก็ได้ ส่วนที่เป็นสมการของอสมการทำให้มีคำตอบเกิดขึ้นที่จุดวิกฤต $\dfrac{-3}{2}$ และ 2

แต่ไม่เกิดขึ้นที่ -5 เพราะจะทำให้ตัวส่วนเป็น 0 ซึ่งไม่มีความหมาย อสมการเป็นจริงเมื่อนิพจน์ข้างซ้ายมีค่าเป็นบวก หรือ 0 ดังนั้นเซตคำตอบคือ $(-\infty, -5) \cup \left\{-\frac{3}{2}\right\} \cup [2, \infty)$

3. การแก้อสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c > 0$ (หรือ < 0) เมื่อ $a > 0$ ในกรณีที่แยกตัวประกอบของข้างซ้ายได้ยากอาจกระทำได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาจุดวิกฤตหรือคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ สมมุติว่าได้ $x = r_1$ และ r_2 เป็นจุดวิกฤต 2 จุด (อาจเป็นจุดเดียวกันได้ นั่นคือ $r_1 = r_2$)

ขั้นที่ 2 พิจารณาคำตอบของอสมการจากดิสคริมิแนนต์ $b^2 - 4ac$

1. ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ แล้ว $ax^2 + bx + c < 0$ ในช่วงระหว่างค่าวิกฤต r_1 และ r_2 และ $ax^2 + bx + c > 0$ นอกช่วงระหว่างค่าวิกฤต r_1 และ r_2
2. ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ แล้ว $ax^2 + bx + c$ มีค่าไม่เป็นลบสำหรับทุกค่าของ x และ $ax^2 + bx + c$ มีค่าเป็น 0 ที่ค่าวิกฤต $x = r_1 = r_2$ (กรณีนี้มีค่าวิกฤตค่าเดียว)
3. ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ แล้ว $ax^2 + bx + c$ มีค่าเป็นบวกสำหรับทุกค่าของ x

ตัวอย่าง จงแก้อสมการ

1. $x^2 + x + \frac{1}{4} \geq 0$ 2. $3 - 5x < 2x^2 + x$ 3. $3x^2 - 5x + 7 < 0$

วิธีทำ 1. $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ สำหรับทุกค่าของ x

ดังนั้นเซตคำตอบคือ $R = (-\infty, \infty)$

ถ้าบังเอิญมองไม่ออกว่าจะแยกตัวประกอบอย่างไร จะลองพิจารณาจากดิสคริมิแนนต์ก็ได้

$b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)\left(\frac{1}{4}\right) = 0$ ตรงกับกรณีที่ (2) แสดงว่า $x^2 + x + \frac{1}{4}$ ไม่เป็นจำนวนลบ (≥ 0) สำหรับทุกค่าของ x

2. แปลงอสมการให้อยู่ในรูปแบบที่มีข้างขวาเป็น 0 ก่อน

$$\begin{aligned} 3 - 5x &< 2x^2 + x \\ -2x^2 - 6x + 3 &< 0 \\ 2x^2 + 6x - 3 &> 0 \end{aligned}$$ (คูณด้วย -1 ต้องกลับทิศทางของอสมการ)

เนื่องจาก $2x^2 + 6x - 3$ แยกตัวประกอบยาก เราจึงพิจารณาคำตอบจากดิสคริมิแนนต์

$b^2 - 4ac = b^2 - 4(2)(-3) = 60$ ตรงกับกรณีที่ (1)

ค่าวิกฤตหรือคำตอบของสมการคือ

$$r_1 = \frac{-6 - \sqrt{60}}{4} = \frac{-3 - \sqrt{15}}{2}$$

$$r_2 = \frac{-6 + \sqrt{60}}{4} = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2}$$

ตัวประกอบกำลังสอง $2x^2 + 6x - 3$ มีค่าเป็นบวก**นอกช่วง**ระหว่างค่าวิกฤต

ดังนั้น เซตคำตอบของอสมการคือ $\left(-\infty, \frac{-3 - \sqrt{15}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{15}}{2}, \infty\right)$

3. $3x^2 - 5x + 7$ แยกตัวประกอบได้ยากใช้วิธีพิจารณาดิสคริมิแนนต์

$$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(7) = 25 - 84 < 0$$ ตรงกับกรณีที่ (3)

แสดงว่า $3x^2 - 5x + 7$ มีค่าเป็นบวกสำหรับทุกค่าของ x ดังนั้นเซตคำตอบคือ ϕ

6. ค่าสัมบูรณ์

1. **ค่าสัมบูรณ์**ของจำนวนจริง a เขียนแทนด้วย |a| มีบทนิยามดังนี้

$$|a| = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ -a & \text{เมื่อ } a < 0 \end{cases}$$

2. **ความหมายเชิงเรขาคณิตของค่าสัมบูรณ์** อาจแปลความหมายของค่าสัมบูรณ์เป็นระยะห่าง ดังนี้

$$|a - b| = \text{ระยะห่างระหว่าง } a \text{ และ } b$$
$$|a| = |a - 0| = \text{ระยะห่างระหว่าง } a \text{ และ } 0$$

3. **สมบัติของค่าสัมบูรณ์ที่ควรทราบ** มีดังนี้
   1. $|a| \geq 0$
   2. $|-a| = |a|$
   3. $|a| = \sqrt{a^2}$
   4. $|ab| = |a||b|$
   5. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ เมื่อ $b \neq 0$
   6. $|a + b| \leq |a| + |b|$ (อสมการอิงรูปสามเหลี่ยม)
4. **การแก้สมการที่มีค่าสัมบูรณ์** อาจใช้สมบัติต่อไปนี้
   1. สมการ $|a| = b$ (เมื่อ $b > 0$) สมมูลกับสมการคู่ต่อไปนี้
      $a = b$ หรือ $a = -b$
   2. สมการ $|a| = |b|$ สมมูลกับสมการคู่ต่อไปนี้
      $a = b$ หรือ $a = -b$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $|x + 3| = 5$

วิธีทำ แปลงเป็นสมการที่สมมูลกันซึ่งไม่มีค่าสมบูรณ์ได้เป็น

$x + 3 = 5$ หรือ $x + 3 = -5$

$x = 2$ หรือ $x = -8$

ตอบ $x = 2$ หรือ -8

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $|x + 4| = |3x - 2|$

วิธีทำ สมการที่กำหนดให้สมมูลกับสมการคู่ต่อไปนี้

$x + 4 = 3x - 2$ หรือ $x + 4 = -(3x - 2)$

$-2x = -6$ $4x = -2$

$x = 3$ $x = -\frac{1}{2}$

ตอบ $x = 3$ หรือ $-\frac{1}{2}$

5. การแก้อสมการที่มีค่าสัมบูรณ์ อาจใช้สมบัติต่อไปนี้

1. อสมการ $|a| < b$ (เมื่อ $b > 0$) สมมูลกับอสมการ $-b < a < b$
2. อสมการ $|a| > b$ (เมื่อ $b > 0$) สมมูลกับอสมการ $a < -b$ หรือ $a > b$

ตัวอย่าง จงแก้อสมการ $|x - 3| \le 10$

วิธีที่ 1 วิธีพีชคณิต

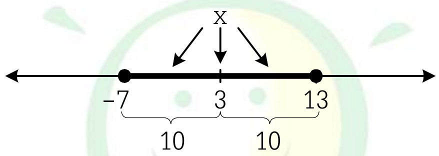
$$|x - 3| \le 10$$
$$-10 \le x - 3 \le 10$$
$$-7 \le x \le 13$$

ตอบ $-7 \le x \le 13$

วิธีที่ 2 วิธีเรขาคณิต

$|x - 3|$ = ระยะห่างระหว่าง x และ 3

$|x - 3| \le 10$ หมายความว่า x ห่างจาก 3 ไม่เกิน 10



ดังนั้น $-7 \le x \le 13$

ตอบ $-7 \le x \le 13$

ตัวอย่าง จงแก้อสมการ $4|2x - 7| + 6 > 20$

วิธีทำ

$$4|2x - 7| + 6 > 20$$
$$|2x - 7| > \frac{7}{2}$$

วิธีที่ 1 วิธีพีชคณิต $|2x - 7| > \frac{7}{2}$

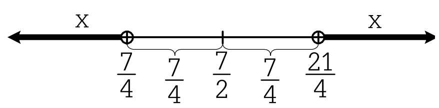
$$2x - 7 < -\frac{7}{2} \quad \text{หรือ} \quad 2x - 7 > \frac{7}{2}$$
$$2x < \frac{7}{2} \quad \text{หรือ} \quad 2x > \frac{21}{2}$$
$$x < \frac{7}{4} \quad \text{หรือ} \quad x > \frac{21}{4}$$

ตอบ $x < \frac{7}{4}$ หรือ $x > \frac{21}{4}$

วิธีที่ 2 วิธีเรขาคณิต

$$|2x - 7| > \frac{7}{2}$$
$$\left|x - \frac{7}{2}\right| > \frac{7}{4} \quad \text{(หารด้วย 2)}$$

หมายความว่า x ห่างจาก $\frac{7}{2}$ มากกว่า $\frac{7}{4}$



ดังนั้น $x < \frac{7}{4}$ หรือ $x > \frac{21}{4}$

ตอบ $x < \frac{7}{4}$ หรือ $x > \frac{21}{4}$

แบบทดสอบ

1. **ผลบวก**ของคำตอบของสมการ $12^x - 2(3^x) - 9(4^x) + 18 = 0$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **(ตอบ 2.5)**

2. เซตในข้อใดเป็นเซตคำตอบของสมการ $9x^3 + 12x^2 + x - 2 = 0$

   1) $\left\{-2, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right\}$ 2) $\left\{-1, -\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right\}$ 3) $\left\{-1, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right\}$ *4) $\left\{-1, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right\}$

3. จำนวนคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มของอสมการ $-5 \le \frac{x^2 - 6}{x} \le 1$ เท่ากับข้อใด

   *1) 8 2) 9 3) 10 4) 11

4. ให้ S เป็นเซตคำตอบของอสมการ $\frac{3x - 2}{|x - 1| - 1} \ge 0$ เซต $\{x \mid x > 0$ และ $x \notin S\}$ เป็นสับเซตของช่วงใด

   1) $[0, 1]$ 2) $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{2}\right]$ *3) $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 4) $\left[\frac{3}{4}, 3\right]$

5. กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของอสมการ $x > |x - 1|$

   และ B เป็นเซตคำตอบของอสมการ $\frac{x - 5}{(x + 1)(x + 3)} \ge 0$

   ถ้า $A - B$ คือช่วง (a, b) แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **(ตอบ 5.5)**

6. กำหนดให้ I คือเซตของจำนวนเต็ม และ $S = \{x \mid \left||x - 1| - 1\right| \cdot \left||x - 1| + 1\right| < 50\}$ จำนวนสมาชิกของเซต $S \cap I$ เท่ากับข้อใด

   1) 13 2) 14 *3) 15 4) 16

7. ให้ S เป็นเซตคำตอบของอสมการ $\frac{3x - 2}{|x| - 1} \ge 2$

   พิจารณาข้อความต่อไปนี้

   ก. $S = (-1, 0] \cup (1, \infty)$ ข. $\exists x[x \in S \wedge (x + 2) \notin S]$

   ข้อใด**ถูก**

   1) ก. และ ข. ถูก *2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

8. กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของอสมการ $12 + x - x^2 < 0$

   และ B เป็นเซตคำตอบของอสมการ $\left|3 - |x|\right| < 1$

   เซต $A \cap B$ เป็นสับเซตของช่วงใด

   *1) $(-5, -3)$ 2) $(-3, -1)$ 3) $(1, 3)$ 4) $(3, 5)$

9. ถ้า $-2 \le x \le 2$ และ $8 \le y \le 13$ แล้วค่ามากที่สุดของ $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1}{y + 2}$ เท่ากับข้อใด

1) 1 *2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{8}$

10. เซตคำตอบของอสมการ $2^{x^2(x-3)} < 8^{(2/3-x)}$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใด

1) $(1, \infty)$ 2) $(-2, 100)$ 3) $(-10, 10)$ *4) $(-\infty, 2)$

11. กำหนดให้ $A = \{x \mid |x - 1| \geq 2$ และ $\frac{1}{|x+1|} > \frac{1}{2}\}$ และ $B = \{x \mid x^2 + 2x < 0\}$ แล้ว $A \cap B$ คือช่วงในข้อใด

*1) $(-1, 0)$ 2) $[-1, 0)$ 3) $(0, 1)$ 4) $(0, 1]$

12. กำหนดให้ $x + 1$ และ $x - 1$ เป็นตัวประกอบของพหุนาม $p(x) = 3x^3 + x^2 - ax + b$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว เศษเหลือที่ได้จากการหาร p(x) ด้วย $x - a - b$ เท่ากับข้อใด

1) 15 2) 17 3) 19 *4) 21

13. กำหนดให้ $A = \{x \mid |x - 4| > 5\}$ และ $B = \{x \mid \sqrt{x+3} - \sqrt{x} \leq 1\}$ ข้อใด**ถูกต้อง**

1) $A \cup B = (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ 2) $(A \cap B)' = (9, \infty)$

3) $B - A = [1, 9)$ *4) $A - B = (-\infty, 1)$

14. ให้ x, y, z เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าเรียงติดกันจากน้อยไปมาก ถ้า y เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่ทำให้ $\sqrt[3]{x+y+z}$ เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว y มีค่าเท่ากับเท่าใด **(ตอบ 9)**

15. ถ้า x เป็นรากของสมการ $2^{3x-1} \cdot 6^x \cdot 25^{5x-1} = 75^x$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด **(ตอบ $\frac{1}{4}$)**

ทฤษฎีจำนวน

1. ขั้นตอนวิธีการหาร

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $b \neq 0$ แล้วจะมีจำนวนเต็ม q และ r เพียงคู่เดียวเท่านั้นซึ่ง $a = qb + r,\ 0 \leq r < |b|$ จำนวนเต็ม q และ r เรียกว่า **ผลหาร** และ**เศษเหลือ**ในการหาร a ด้วย b

2. การหารลงตัว

1. จำนวนเต็ม $a \neq 0$ หารจำนวนเต็ม b ลงตัว เขียนแทนด้วย $a|b$ ถ้ามีจำนวนเต็ม c ซึ่งทำให้ $b = ac$ เราเขียน $a \nmid b$ เพื่อแสดงว่า a หาร b ไม่ลงตัว

2. ข้อความต่อไปนี้มีความหมายเหมือนกัน

a หาร b ลงตัว

a เป็นตัวหารของ b

a เป็นตัวประกอบของ b

b เป็นพหุคูณของ a

3. สมบัติของการหารลงตัวที่ควรทราบมีดังนี้

สำหรับจำนวนเต็ม a, b, c

1. $a|0$, $1|a$, $a|a$
2. $a|1$ ก็ต่อเมื่อ $a = \pm 1$
3. ถ้า $a|b$ และ $c|d$ แล้ว $ac|bd$
4. ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้ว $a|c$
5. $a|b$ และ $b|a$ ก็ต่อเมื่อ $a = \pm b$
6. ถ้า $a|b$ และ $b \neq 0$ แล้ว $|a| \leq |b|$
7. ถ้า $a|b$ และ $a|c$ แล้ว $a|(ax + by)$ สำหรับจำนวนเต็ม x และ y ใดๆ

4. ตัวหารร่วม ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มใดๆ กล่าวว่า d เป็นตัวหารร่วมของ a และ b ถ้า $d|a$ และ $d|b$

5. ตัวหารร่วมมาก ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยไม่เป็น 0 พร้อมกัน **ตัวหารร่วมมาก** หรือ ห.ร.ม. ของ a และ b เขียนแทนด้วย (a, b) คือ จำนวนเต็มบวก d ซึ่งมีสมบัติ 2 ข้อต่อไปนี้

1. $d|a$ และ $d|b$ (d เป็นตัวหารร่วมของ a และ b)
2. ถ้า $c|a$ และ $c|b$ แล้ว $c \leq d$ (ถ้า c เป็นตัวหารร่วมของ a และ b แล้ว $c \leq d$)

6. สมบัติของตัวหารร่วมมาก ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มซึ่งไม่เป็น 0 พร้อมกัน จะมีจำนวนเต็ม x และ y ซึ่ง $(a, b) = ax + by$

7. จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ จำนวนเต็ม 2 จำนวน a และ b ซึ่งไม่เป็น 0 พร้อมกัน ถ้า $(a, b) = 1$ แล้ว กล่าวว่า a และ b เป็น**จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์**

8. สมบัติของจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มซึ่งไม่เป็น 0 พร้อมกัน

1. a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ก็ต่อเมื่อมีจำนวนเต็ม x และ y ซึ่ง $1 = ax + by$
2. ถ้า $(a, b) = d$ แล้ว $\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1$
3. ถ้า $a|c$ และ $b|c$ โดยที่ $(a, b) = 1$ แล้ว $ab|c$
4. ถ้า $a|bc$ โดยที่ $(a, b) = 1$ แล้ว $a|c$

9. บทนิยามอีกแบบหนึ่งของตัวหารร่วมมาก ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มซึ่งไม่เป็น 0 พร้อมกัน สำหรับจำนวนเต็มบวก d, $d = (a, b)$ ก็ต่อเมื่อ

1. $d|a$ และ $d|b$
2. ถ้า $c|a$ และ $c|b$ แล้ว $c|d$

3. ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

1. ความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนวิธีการหารและ ห.ร.ม. ถ้า $a = qb + r$ แล้ว $(a, b) = (b, r)$

2. ขั้นตอนวิธีของยุคลิด คือ กระบวนการหา ห.ร.ม. โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหารซ้ำๆ ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม 2 จำนวนใดๆ ที่ต้องการหา ห.ร.ม. สมมุติว่า $a \geq b > 0$ ขั้นแรกในการหา ห.ร.ม. คือใช้ขั้นตอนวิธีการหารกับ a และ b จะได้

$$a = q_1 b + r_1 , \quad 0 \leq r_1 < b$$

ถ้า $r_1 = 0$ แล้ว $b|a$ และจะได้ $(a, b) = b$ ถ้า $r_1 \neq 0$ แล้วหาร b ด้วย r_1 จะได้จำนวนเต็ม q_2 และ r_2 ซึ่ง

$$b = q_2r_1 + r_2 , \quad 0 \leq r_2 < r_1$$

ถ้า $r_2 = 0$ ก็หยุดดำเนินการ และจะได้ $(a, b) = (b, r_1) = r_1$ ถ้า $r_2 \neq 0$ ก็ดำเนินการหารต่อไป

$$r_1 = q_3r_2 + r_3 , \quad 0 \leq r_3 < r_2$$

กระบวนการหารนี้ดำเนินต่อไปจนกระทั่งมีเศษเหลือเป็น 0 ผลที่ได้คือระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
a &= q_1b + r_1 , \quad 0 < r_1 < b \\
b &= q_2r_1 + r_2 , \quad 0 < r_2 < r_1 \\
r_1 &= q_3r_2 + r_3 , \quad 0 < r_3 < r_2 \\
&\vdots \\
r_{n-2} &= q_nr_{n-1} + r_n , \quad 0 \leq r_n < r_{n-1} \\
r_{n-1} &= q_{n+1}r_n + 0
\end{aligned}$$

และสรุปว่า $\quad r_n = (a, b)$

ตัวอย่าง จงหา ห.ร.ม. ของ 12378 และ 3054

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
12378 &= 4(3054) + 162 \\
3054 &= 18(162) + 138 \\
162 &= 1(138) + 24 \\
138 &= 5(24) + 18 \\
24 &= 1(18) + 6 \\
18 &= 3(6) + 0
\end{aligned}$$

ดังนั้น $6 = (12378,\ 3054)$

3. สมบัติของ ห.ร.ม.

1. ถ้า $k > 0$ แล้ว $(ka, kb) = k(a, b)$
2. สำหรับจำนวนเต็ม $k \neq 0$, $(ka, kb) = |k|(a, b)$

4. พหุคูณร่วม กล่าวว่าจำนวนเต็ม c เป็น**พหุคูณร่วม** หรือ**ตัวคูณร่วม**ของจำนวนเต็ม a และ b ที่ไม่ใช่ 0 ถ้า $a|c$ และ $b|c$

5. ตัวคูณร่วมน้อย หรือ ค.ร.น. ของจำนวนเต็ม $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ เขียนแทนด้วย $[a, b]$ คือ จำนวนเต็มบวก m ซึ่งมีสมบัติ 2 ข้อต่อไปนี้

1. $a|m$ และ $b|m$
2. ถ้า $a|c$ และ $b|c$ แล้ว $m \leq c$

6. ความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

1. $(a, b) \cdot [a, b] = ab$
2. $[a, b] = ab$ ก็ต่อเมื่อ $(a, b) = 1$

4. จำนวนเฉพาะและทฤษฎีบทหลักมูลของเลขคณิต

1. จำนวนเฉพาะ จำนวนเต็ม $p > 1$ เรียกว่า **จำนวนเฉพาะ** ถ้าตัวหารที่เป็นบวกของ p มีเพียง 2 จำนวน คือ 1 และ p จำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ซึ่งไม่ใช่จำนวนเฉพาะ เรียกว่า **จำนวนประกอบ**

2. สมบัติของตัวหารที่เป็นจำนวนเฉพาะ

1. ถ้า p เป็นจำนวนเฉพาะ และ $p|ab$ แล้ว $p|a$ หรือ $p|b$
2. ถ้า p เป็นจำนวนเฉพาะ และ $p|a_1a_2 \ldots a_n$ แล้ว $p|a_k$ สำหรับ k บางค่า เมื่อ $1 \le k \le n$
3. ถ้า $p, q_1, q_2, \ldots, q_n$ เป็นจำนวนเฉพาะ และ $p|q_1q_2 \ldots q_n$ แล้ว $p = q_k$ สำหรับ k บางค่า เมื่อ $1 \le k \le n$

3. ทฤษฎีบทหลักมูลของเลขคณิต จำนวนเต็มบวก $n > 1$ ใดๆ สามารถเขียนเป็นผลคูณของจำนวนเฉพาะได้วิธีเดียว เมื่อไม่คำนึงถึงอันดับของตัวประกอบ

4. การตรวจสอบว่าจำนวนเต็มบวก n เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ ให้พิจารณาว่ามีจำนวนเฉพาะ p ซึ่งมีค่าไม่เกิน $\sqrt{n}$ เป็นตัวประกอบของ n หรือไม่ ถ้ามีก็แสดงว่า n ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ แต่ถ้าไม่มีก็แสดงว่า n เป็นจำนวนเฉพาะ

แบบทดสอบ

1. ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งมีสมบัติดังนี้

   $100 \le n \le 1000$

   45 และ 75 หาร n ลงตัว

   7 หาร n มีเศษเหลือ 3

   แล้ว n มีค่าเท่ากับเท่าใด **(ตอบ 675)**

2. ถ้า S เป็นเซตของจำนวนเต็ม m ที่มีสมบัติดังนี้

   $50 \le m \le 100$

   และ 7 หาร m^3 มีเศษเหลือ 6

   แล้วจำนวนสมาชิกของ S เท่ากับข้อใด

   1) 7 2) 14 3) 18 *4) 21

3. กำหนดให้ m เป็นจำนวนเต็มบวก และ n เป็นจำนวนเฉพาะ ถ้า m หาร 777 และ 910 แล้วมีเศษเหลือ n แล้ว $m - n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **(ตอบ 9)**

4. ข้อความในข้อใด**ผิด**

   1) ถ้า a, b, n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $n|a$ และ $n|b$ แล้วจะได้ว่า $n|(a, b)$
   2) ถ้า a, b, n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $a|n$ และ $b|n$ แล้วจะได้ว่า $[a, b]|n$
   *3) ถ้า a, m, n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $a|mn$ แล้วจะได้ว่า $a|m$ หรือ $a|n$
   4) ถ้า d และ c เป็น ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนเต็มบวก m และ n แล้วจะได้ว่า $dc = mn$

5. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนเต็มซึ่ง a เป็น ห.ร.ม. ของ b และ 216

   ให้ q_1, q_2 เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่

$216 = bq_1 + 106$

$b = 106q_2 + 4$

ถ้า $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 36$ แล้วเมื่อหาร $f(x)$ ด้วย $x - a$ จะมีเศษเหลือเท่ากับข้อใด

1) 192 *2) 200 3) 236 4) 272

6. กำหนดให้ $S = \{n \in I^+ | n \le 1000$ และ ห.ร.ม. ของ n และ 100 เท่ากับ $1\}$ จำนวนสมาชิกของ S เท่ากับเท่าใด **(ตอบ 400)**